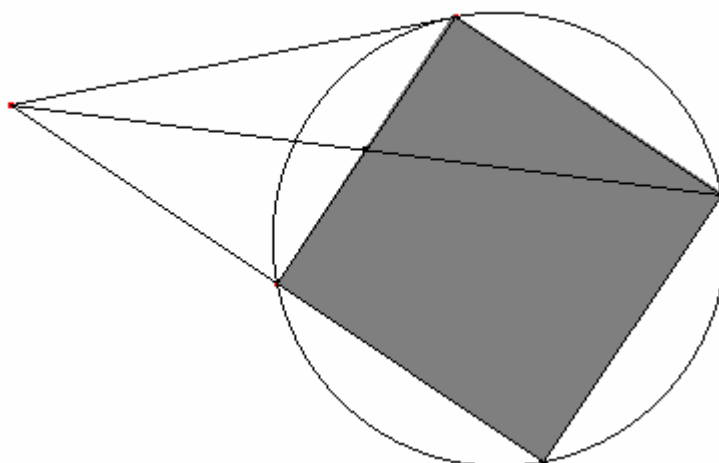


Mémoire de CAFIPEMF

Construire au Cycle III le concept d'alignement en papier/crayon et dans l'environnement Cabri-géomètre II.

Géraldine MASTROT



Année 2003

Sommaire

Introduction	p. 2
I- Eléments d'analyse didactique du concept d'alignement	p. 3
1- A propos du concept	p. 3
2- Conceptions	p.3
3- Variables des situations	p. 4
4- Les procédures de résolution	p. 5
II- Analyse des programmes et manuels	p. 6
1- Réflexion sur l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire	p. 6
2- Programmes de 2002	p. 9
3- Manuels	p. 11
4- Questions	p. 14
III- Un logiciel de géométrie dynamique : Cabri-géomètre II	p. 14
1- Présentation générale du logiciel	p. 15
2- Interface	p. 16
3- Découverte du logiciel avec des élèves de Cycle 3	p. 16
IV- Situations	p. 17
1- Idées directrices pour la mise au point des situations	p. 17
2- Cadre de l'expérimentation	p. 19
3- Situations en papier/crayon	p. 19
4- Situations dans l'environnement Cabri-Géomètre II	p. 22
Conclusion	p. 28
Bibliographie	p. 31
Annexes	

Introduction

Mes études m'ont conduit à m'associer à des travaux de recherche en didactique des mathématiques et c'est dans ce cadre que j'ai intégré en 1998, le projet INRP-IUFM-Laboratoire Leibniz de l'Université Joseph Fourier « Usage des TICE* dans l'enseignement : quelles compétences pour un enseignant des mathématiques ». Ce projet m'a amené à m'interroger plus spécifiquement sur l'enseignement de la géométrie et également sur l'intégration des TICE dans l'enseignement primaire.

A travers ce mémoire, j'ai souhaité approfondir une partie de cette recherche en me fixant sur le concept d'alignement. Le choix de ce concept prend d'autant plus de sens que l'alignement est introduit dans les nouveaux programmes de l'école élémentaire de 2002 dans la liste des connaissances de relations et propriétés géométriques à acquérir au Cycle 3.

Nous verrons donc dans ce mémoire les conditions de l'acquisition de ce concept, notamment au niveau de la problématisation, c'est-à-dire de situations donnant sens au concept. Nous présenterons des situations qui se situent dans deux environnements différents avec chacun leurs propres outils de représentation de l'alignement : « règle » en papier-crayon et "Droite" ou "Segment" dans l'environnement Cabri-Géomètre.

La présentation de notre travail se décompose en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous tenterons de définir le concept d'alignement. Au second chapitre, nous mènerons une réflexion sur l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire que nous compléterons par l'analyse des programmes de 2002 et de l'approche du concept d'alignement dans les manuels scolaires. Les nouveaux programmes de 2002 mentionnent la possibilité d'utiliser l'écran de l'ordinateur pour la résolution de problèmes géométriques. Nous présenterons dans ce cadre, au troisième chapitre, un environnement informatique, Cabri-géomètre II, logiciel de géométrie dynamique. Nous préciserons les outils qu'il comporte, accessibles aux élèves du Cycle 3, ainsi que ses spécificités, en particulier son aspect dynamique avec la manipulation directe par la souris. Le dernier chapitre portera sur l'analyse de situations proposées à des élèves de CE2.

* Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement.

I- Eléments d'analyse didactique du concept d'alignement*

1- A propos du concept

Le concept d'alignement dont la vie sociale offre une fréquentation régulière dans l'espace physique, doit être selon les nouveaux programmes, construit à l'école. Ce concept met en jeu des positions d'objets géométriques, les points, les uns par rapport aux autres. Ainsi, quatre types de problèmes peuvent se rencontrer :

- des points étant donnés, déterminer s'ils sont alignés ;
- deux points étant donnés, produire un objet aligné avec ces deux points ;
- produire des points alignés ;
- deux points étant donnés produire un point non aligné avec ces deux points.

On peut rencontrer également d'autres problèmes tels que la recherche d'ensemble, par exemple : deux objets étant donnés, déterminer l'ensemble des points alignés avec eux.

Ces problèmes peuvent être assortis de contraintes qui en accroissent la difficulté. Par exemple, rechercher l'ensemble des points alignés dans telle ou telle zone. Le concept d'intersection d'objets intervient alors dans la résolution de ces problèmes.

Ces problèmes renvoient également à de nouveaux concepts : droite, demi-droite et segment ainsi qu'à l'appartenance d'un point à une droite. En effet, *trois objets, trois points, sont alignés s'ils appartiennent à la même droite ou trois objets sont alignés si l'un appartient à la droite définie par les deux autres.*

2- Conceptions

Les conceptions initiales des élèves par rapport à l'alignement sont issues du sens commun et basées sur la perception. Avant même un apprentissage spécifique de la notion l'élève peut s'être trouvé confronté à des problèmes d'alignement. Le terme « aligné » n'est pas inconnu pour l'élève qui peut le fréquenter dans son quotidien. On peut penser à des jeux dans le micro-espace (jeu de dames, morpion, dames chinoises) ou le méso-espace.

Dans ce cadre, des points sont alignés si

- « cela se voit » au jugé ;
- « cela se voit » à la visée (si les élèves savent viser) ;
- « parce que quand on tend un fil, les objets suivent le fil » (si cet objet est disponible pour les élèves)

* Les éléments de ce chapitre s'appuient sur des documents de travail de la recherche INRP en géométrie.

3- Quelles peuvent être les variables des situations ?

Dans les situations qui sont proposées aux élèves, il est possible de jouer sur différentes variables afin d'approcher le concept d'alignement sous des angles variés et de conduire les élèves à privilégier la procédure la plus adaptée à la résolution du problème. Nous présentons ici, quatre variables : la nature des objets en jeu dans la relation d'alignement, la taille de l'espace, le type de situation et la présence d'autres relations.

a- La « nature des objets »

Cette variable prend trois valeurs liées aux environnements :

- l'espace sensible, matériel, qui peut être l'espace à trois dimensions ou le plan, en particulier le spatio-graphique (environnement papier/crayon qui peut modéliser un espace sensible) ;
- l'espace « théorique » qui n'est pas matériel ;
- l'espace des « dessins sur écran », avec les spécificités propres à l'environnement d'un logiciel de géométrie dynamique. Compte tenu du fait que c'est un espace matériel, dans lequel les contrôles peuvent se faire à l'aide de la perception, et que c'est un espace qui « véhicule » des propriétés géométriques, il peut permettre d'établir une « transition » entre les deux espaces précédents.

Cette variable a un effet essentiel sur le type de procédures développées : au jugé, avec un instrument, avec ou sans tracé...

b) La taille de l'espace

Quand les situations mettent en jeu des « objets » spatiaux, matériels, cette variable apparaît de façon significative. Elle prend les trois valeurs connues définies par Brousseau et reprises par d'autres auteurs dont Berthelot et Salin (1992) : micro-espace, méso-espace, macro-espace.

Dans le micro-espace, espace des petits objets dont on peut avoir une vue complète, l'élève, extérieur au système de points, peut contrôler de manière perceptive que des points sont alignés ou utiliser la règle pour un contrôle instrumenté. Il voit les points simultanément et n'a pas à se déplacer.

Dans le méso-espace, l'élève fait partie du système des points. Le contrôle de l'alignement est plus délicat car il faut que l'élève se situe dans l'alignement de deux des objets. S'il ne l'est pas, le contrôle de l'alignement peut être difficile tout comme le positionnement d'un autre objet dans l'alignement. Les procédures adaptées, dans ce cas, sont la visée ou l'utilisation d'un fil tendu.

Dans le macro-espace, il n'est pas possible de voir les objets en une seule fois. Les problèmes d'alignement ne sont donc pas accessibles dans cet espace. Il faut alors recourir à des modélisations ou des représentations qui transportent le problème dans le micro-espace.

c) Le type de situation

La situation proposée à l'élève peut être une *situation d'action* sur un espace matériel.

Elle peut également être une *situation de formulation* avec un élève émetteur et un autre récepteur, l'un produisant des énoncés évoquant les objets et l'autre produisant un objet satisfaisant aux conditions spécifiées par l'énoncé de l'émetteur.

La situation peut être de *jugement*. L'élève a alors à produire une réponse et à apporter des arguments en faveur de cette réponse.

d) La présence d'autres relations

Nous avons vu que le concept d'alignement pouvait mettre en jeu différentes relations de façon explicite ou de façon implicite. S'il reste pertinent de confronter l'élève à des situations complexes où les relations sont variées, il est certain que la présence de nombreuses relations peut être un obstacle à l'identification de l'alignement si c'est la construction de ce dernier que l'on vise au travers de la situation.

4- Les procédures de résolution

Trois types de procédures peuvent être repérées. Des procédures basées sur la perception simple ou instrumentées et des procédures fondées sur des critères plus théoriques.

a) Procédures perceptives

- le jugé seul : simple appréciation des positions sans déplacement pour améliorer le contrôle ;
- le jugé à l'aide d'une visée effective, positionnement recherché de l'observateur ;

b) Procédures instrumentées

- le contrôle instrumenté (règle, fil tendu...) sans tracé ;
- le contrôle instrumenté avec tracé ;
- trait obtenu avec des primitives d'un logiciel de géométrie dynamique.

Ces procédures sont en relation avec des savoirs-faire tels que : la visée, la tension d'un fil, le tracé d'un trait passant par deux points, le prolongement d'un trait, la capacité à voir si un point est « aligné avec un trait ».

c) Procédures théoriques

Les procédures théoriques peuvent être développées dans la résolution de problèmes théoriques complexes (par exemple dans la modélisation d'une situation réelle) où sont présentes plusieurs relations. L'alignement peut être contrôlé ou produit autrement que par la perception et donc l'élève doit disposer d'outils complémentaires (contrôle perceptif ou théorie).

Il faut noter que les procédures faisant appel à des instruments ne sont pas nécessairement meilleures que celles reposant sur la seule perception. L'élève peut avoir une bonne perception voire connaissance de l'alignement sans pour autant utiliser d'instrument. Au contraire, il peut être gêné dans la résolution de certains problèmes par l'utilisation d'une règle trop courte. Un des buts de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire est bien d'amener les élèves à passer de procédures de résolution perceptives à des procédures de résolution instrumentées et ensuite, au collège, à des procédures de résolution théoriques, tout comme dans le domaine du numérique à passer de procédures personnelles vers les procédures expertes. On peut dire qu'une procédure de résolution est réellement instrumentée lorsque l'élève s'aide d'un instrument en ayant l'intention d'utiliser les propriétés de cet instrument.

II - Analyse des programmes et de manuels

1- Réflexion sur l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire

Le rapport d'étape de la commission Kahane sur l'enseignement de la géométrie (Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques) paru en 2000 cite comme priorité donnée à l'enseignement de la géométrie de «*donner à tout citoyen le moyen d'avoir une perception efficace de l'espace qui l'entoure* » (p. 4). Pour la commission, il ne fait aucun doute qu'il faut enseigner la géométrie pour la formation du citoyen et de futurs scientifiques avec les objectifs :

- d'avoir une connaissance familière de l'espace ;
- d'apprendre un type de raisonnement beaucoup plus riche que la simple déduction formelle à laquelle la géométrie est souvent assimilée ;

- d'établir des liens avec d'autres disciplines (arts plastiques, urbanisme, architecture...) et d'entretenir une *culture de l'humanité* ;
- d'utiliser la géométrie dans la vie courante (bricolage, lecture de cartes...)

Les travaux de Berthelot et Salin (1993-94) mettent en évidence la nécessité de ne pas négliger les compétences spatiales et leur articulation avec les connaissances géométriques. Les connaissances spatiales concernent l'espace sensible et sont « *nécessaires à l'enfant pour contrôler ses rapports usuels à l'espace* » (p. 39). Elles permettent à l'élève de résoudre des problèmes liés à son espace environnant tels que se repérer, se diriger, identifier ou communiquer une position ou un déplacement. Ainsi, ces connaissances relèvent d'autres domaines tels que la géographie ou l'éducation physique et sportive. Les problèmes spatiaux portent sur la réalisation d'actions ou de communications dans laquelle « *le langage et les représentations spatiales permettent de communiquer des informations qui se substituent à la perception* » (Ibid., p. 41).

Pour Berthelot et Salin (1993-94), les connaissances géométriques traitent de la géométrie proprement dite. Dans ce cadre, les problèmes de géométrie « *mettent en interaction un sujet "mathématicien" avec un milieu qui n'est plus l'espace physique et ses objets mais un espace conceptualisé que les "figures-dessins" tracées par ce sujet ne font que représenter* » (Ibid., p. 41) et pour résoudre ces problèmes, on s'appuie sur des raisonnements mathématiques et non plus sur la seule perception.

Toutefois, malgré des définitions, des types de problèmes, un vocabulaire et une organisation des connaissances différentes, « *les connaissances géométriques et les connaissances spatiales sont très fortement liées* » (Ibid., p. 42). On peut regretter avec Berthelot et Salin que « *les connaissances spatiales n'aient pas une place prépondérante dans les programmes de l'enseignement des mathématiques* ». En effet, les connaissances spatiales qui se révèlent utiles en particulier dans le macro-espace et pour la maîtrise des représentations matérielles des objets, ne s'acquièrent pas spontanément. Dans les manuels, les activités « *ne portent jamais sur une anticipation spatiale effective* » et sont restreintes à l'espace de la feuille de papier.

De leur côté, Houdement et Kuzniak (2000) s'interrogent sur le nécessaire préalable des connaissances spatiales aux apprentissages géométriques. Ils proposent un autre espace de référence qui est « *celui dans lequel on peut ramener tous les autres espaces* » et le nomment « *espace normal* », « *l'espace de travail normal de la géométrie élémentaire (...) l'espace caractéristique de la perspective géométrique* » (p. 111). Ces auteurs affirment ainsi ne pas se limiter au micro-espace défini par Brousseau bien que leur support de référence soit la feuille de papier ou l'écran de l'ordinateur.

Les recherches en didactique des mathématiques ont constaté que l'enseignement de la géométrie se limite trop souvent à l'apprentissage d'un vocabulaire et à la manipulation des instruments pour des tracés de figures (Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, p. 16). Berthelot et Salin (1999-2000) précisent que «*la conception qui semble partagée par la majorité des auteurs de manuels* » semble être «*il suffit d'observer pour comprendre et de voir pour savoir* ». Dans leur analyse de manuels de Cycle 3, Houdement et Kuzniak (2000, p. 105) concluent que la géométrie «*réflétée par les manuels est une géométrie naturelle où le mode de validation est le sensible* » et où l'expérience se limite à l'action matérielle avec des instruments. Les auteurs regrettent que le questionnement généralement proposé dans les activités de l'école élémentaire n'engage guère des expériences virtuelles qui conduiraient à une géométrie plus déductive.

Différents travaux montrent que les pratiques s'appuient généralement sur une conception ostensive de l'apprentissage : il suffirait que le maître présente les connaissances en s'appuyant sur une observation «dirigée » ou que l'élève découvre des propriétés en observant les objets géométriques pour que qu'il sache les réutiliser (Berthelot et Salin, 1993-94, p. 45).

Ces restrictions auraient pour conséquence que pour les élèves, les propriétés géométriques enseignées ne sont pas toujours suffisamment disponibles pour leur réutilisation ultérieure dans des situations différentes de celles utilisées pour leur apprentissage.

La commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (2000) précise que les l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire a une double fonction : «*permettre à chacun de maîtriser son environnement et servir de point d'appui pour l'apprentissage de la géométrie* » (p. 18) et suggère que l'école élémentaire «*doit être le lieu d'un travail sur le thème "voir sur la figure"* » en citant des exemples d'activités : repérer des intersections ou des alignements, prolonger ou déplacer certains éléments, décomposer une figure en figures plus simples... Berthelot et Salin proposent à la suite de leurs réflexions sur les conceptions de l'apprentissage de la géométrie, d'articuler les compétences spatiales et les compétences géométriques, c'est-à-dire de s'appuyer sur les compétences spatiales pour construire des compétences géométriques.

Dans un dossier du *Journal des Instituteurs* traitant de la géométrie, Myx (2000, p. 61) indique plusieurs directions de travail aux enseignants : multiplier les types d'énoncés de problèmes, envisager l'objet géométrique dans différents domaines (domaine des figures, du repérage, des transformations), jouer sur les variables didactiques spécifiques de la géométrie (nature du support, instruments de dessin, orientation de la figure...).

Voyons à présent les choix officiels établis pour l'enseignement de la géométrie à travers les programmes de l'école élémentaire de 2002.

2- Programmes de 2002

Parmi les enjeux assignés aux mathématiques dans les nouveaux programmes de l'école élémentaire (documents d'application des programmes, 2002, p. 5), on retrouve à la fois l'idée de préparer les élèves à l'enseignement du collège mais aussi la formation du citoyen auquel il faut : « *fournir des outils pour agir, pour choisir, pour décider dans la "vie courante"* » et qui doit également « *développer des compétences dans le domaine de l'argumentation* ».

Dans ces nouveaux programmes, on lit la volonté répétée de placer la résolution de problème au cœur des activités mathématiques. La résolution de problème intervient dans la construction des connaissances des élèves mais aussi dans le réinvestissement de connaissances ou pour confronter les élèves à de véritables problèmes dans lesquels plusieurs démarches sont envisageables. La géométrie n'est nullement exclue de l'approche des connaissances par résolution de problème. En effet, on peut lire dans les documents d'application des programmes (p. 30) la liste de différents types de problèmes géométriques : problèmes dans l'espace et ses représentations, problèmes de comparaison, de reproduction, de description, de construction ou représentation des objets géométriques. En donnant du sens aux concepts de géométrie, ces problèmes permettent la construction de propriétés géométriques, l'acquisition de vocabulaire et problématisent l'utilisation des instruments. En effet, « *le recours aux instruments vient valider les hypothèses faites sur des propriétés supposées* » (documents d'application des programmes, p. 32).

« *Les problèmes de géométrie proposés se situent dans l'espace ou portent sur des objets épurés : solides usuels, figures dessinées sur du papier ou sur écran d'ordinateur.* ». (documents d'application des programmes, p. 30). Ainsi, l'utilisation de l'ordinateur permettrait d'enrichir le champ d'expériences des élèves. Cette mention des différents environnements dans lesquels l'élève peut être placé en résolution de problèmes géométriques est assortie d'une réserve pointée dans les documents d'application : « *Les logiciels de dessin assisté par ordinateur ou de géométrie dynamique pourront faire l'objet d'une première utilisation, mais les activités réalisées à l'aide de ces outils ne remplacent pas celles qui sont dans l'espace réel ou dans celui de la feuille de papier* » (p. 30).

Les nouveaux programmes de l'école élémentaire, au Cycle 2, proposent une familiarisation avec quelques instruments, dont la règle, et le repérage de l'alignement comme relation

géométrique (p. 108). En fin de Cycle 2, l'élève doit pouvoir percevoir cette relation sur un objet, un ensemble d'objets ou sur un dessin pour le reproduire et le décrire ; vérifier cette relation ou réaliser des tracés en utilisant des instruments et utiliser le terme « aligné » (p. 113).

Pour le Cycle 3, dans le paragraphe «*Espace et géométrie*», il est précisé : «*L'objectif principal est de permettre aux élèves d'améliorer leur "vision de l'espace" (repérage, orientation), de se familiariser avec quelques figures planes et quelques solides et de passer d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par explicitation de propriétés et recours à des instruments.* » (p. 232). On n'attend pas des élèves des connaissances formelles mais fonctionnelles. (p. 232). Ainsi dans la liste des connaissances on retrouve dans les relations et propriétés géométriques : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale, milieu d'un segment aux côtés de l'utilisation d'instruments (règle, équerre, compas) et de techniques (pliage, calque, papier quadrillé).

Dans les compétences devant être acquises en fin de Cycle 3, on peut lire entre autres dans la partie Relations et propriétés (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale) :

- « – vérifier, à l'aide des instruments : l'alignement de points (règle), l'égalité des longueurs de segments (compas ou instrument de mesure), la perpendicularité et le parallélisme entre droites (règle et équerre),
- effectuer les tracés correspondants,
- utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie. » (p. 239)

Les documents d'application des nouveaux programmes spécifient pour les compétences telles que « vérifier, à l'aide de la règle, que des points sont alignés », que « la perception d'un alignement de plusieurs points dans une figure complexe permet de tracer la droite correspondante et de mettre en évidence une propriété de cette figure » et que « Ces relations ne doivent pas être figées dans des représentations stéréotypées liées aux positions verticales et horizontales ou parallèles aux bords de la feuille de papier. Par ailleurs, les élèves sont confrontés à des cas où, pour décider, il est nécessaire de prolonger les traits qui représentent les droites ». Ceci implique que l'alignement peut être envisagé dans des activités où sa présence

ne serait pas explicite. On pense, entre autres, à des activités de reproduction de figure comme nous pourrions en donner un exemple au chapitre IV.

En comparant les programmes de 2002 avec les programmes de 1995, il apparaît que le terme d'alignement est nouvellement introduit. Dans les anciens programmes, seule la notion de « ligne droite » était donnée (p. 64). Il n'y avait pas non plus mention de points alignés. De plus dans les nouveaux programmes, on retrouve la précision suivant : «*au Cycle 3, le mot "droite" est utilisé comme synonyme de "ligne droite"* ». Le choix institutionnel de proposer aux élèves des activités autour de la notion d'alignement nous amène à nous interroger sur les moyens qui sont données aux enseignants d'introduire cette notion dans leur enseignement.

En effet, plusieurs constatations peuvent être faites à partir de ces programmes :

- Si les programmes insistent sur le fait que toute acquisition nouvelle doit être introduite par la résolution de problème, peu de moyens sont offerts aux enseignants de mettre en place de telles situations de construction des connaissances dans le domaine de la géométrie.
- Les programmes tentent de prendre en compte l'acquisition des connaissances spatiales des élèves mais leur laissent la charge d'établir des rapports adéquats entre l'espace et les concepts géométriques qui lui sont enseignés. L'élève doit faire lui-même l'articulation entre l'espace et ses représentations.
- En ce qui concerne plus précisément la notion d'alignement, il n'est évoqué qu'une seule fois dans les documents d'application des programmes le lien entre alignement, points alignés et droite : «*La perception d'un alignement de plusieurs points dans une figure complexe permet de tracer la droite correspondante et de mettre en évidence une propriété de cette figure* » (p. 31).

3- Manuels

Les manuels de mathématiques présentent généralement les notions géométriques selon la même démarche : «*Les propriétés sont exposées sur une figure de la manière la plus lisible possible. Les enfants doivent observer le dessin et ainsi reconnaître ces propriétés et les expliciter. Ils font ensuite des exercices de reconnaissance et parfois de tracé, souvent en suivant point par point un schéma de construction.* » (Simonato, 2001)

Pour Berthelot et Salin (1993-94), l'enseignement de la géométrie s'appuie traditionnellement sur une pratique essentiellement ostensive où «*l'enseignant donne tous les éléments ou relations constitutifs de la notion visée en s'appuyant sur l'observation "dirigée" d'une réalité sensible ou d'une de ses représentations et suppose les élèves capables de se les approprier et d'en étendre l'emploi à d'autres situations.* » (p. 48).

Observons un manuel récent, *Cap Maths CE2*¹ qui propose des activités en concordance avec les nouveaux programmes. Le «*dico-maths CE2 – le petit répertoire des mathématiques*» fourni avec ce manuel propose deux définitions autour de l’alignement assortis chacun d’une figure (p. 10) : «*Pour vérifier que les points A, C et D sont alignés, on a tracé une droite. On a vérifié qu’elle passe par ces 3 points.* » et «*Le point E n’est pas sur la droite qui passe par les points B et F. Les points B, E et F ne sont pas alignés.* » Ces définitions impliquent que la droite, ou tout au moins le trait droit, soit perçu par l’élève comme support de points alignés.

Dans le manuel, un seul exercice traite de façon explicite pour l’élève de la notion d’alignement (p. 73). On demande à l’élève de placer, à plusieurs reprises, un point aligné avec deux autres points, pour finir par lui demander de placer un point qui ne soit pas aligné avec deux autres. D’autres exercices utilisent également l’alignement sans que cette notion soit explicitée pour les élèves. Il s’agit essentiellement d’activités de reproduction de figures. On trouve également dans le guide du maître associé à ce manuel des indications sur l’alignement notamment sur son utilisation pour reproduire une figure. Sur l’ensemble, malgré les indications des programmes et l’importance de la géométrie dans ce manuel, le travail de l’élève autour de la notion d’alignement reste réduit sur son année de CE2. Il n’y a pas de réel passage au terme de droite.

D’autres manuels, tels que *Place aux maths CE2*², proposent des activités avec la règle qui impliquent ainsi l’alignement de points (p. 112) avec l’objectif déclaré de «*reproduire et construire des polygones avec la règle*». Dans le *cahier de géométrie de Belin CMI*³, la fiche «*utiliser la règle*» fait appel à plusieurs aspects de l’alignement : placer sur un segment un troisième point (mais le segment étant déjà tracé, l’activité de l’élève est limitée) ou repérer trois points alignés et tracer les droites correspondantes. Le *moniteur de mathématiques « Géométrie »*⁴ propose quant à lui, de rédiger, à plusieurs reprises au travers du fichier (pp. 12, 15 et 21), des programmes de construction pour lesquels la figure à décrire est constituée de points alignés. Dans le même fichier pour les niveaux 2-3 qui correspondent aux CM1-CM2, deux exercices traitent particulièrement de points alignés puisque l’on demande aux élèves d’écrire un programme de construction pour lesquels 4 points sont alignés (p. 12 et 15). On peut supposer que l’exercice traite davantage de distance entre les points mais pour le résoudre, il est nécessaire de spécifier que les quatre points sont sur le même segment ou la même droite.

¹ CHARNAY R. (2002) *Cap maths CE2*, Hatier.

² HELAYEL J. (2001) *Place aux maths CE2*, Bordas.

³ CHAMPEYRACHE G. (1997) *Cahier de géométrie CMI*, Belin.

⁴ VERGNAUD G. (1997) *Le moniteur de mathématiques cycle 3, Géométrie, niveaux 1-2 et niveaux 2-3*, Nathan.

Dans la série *J'apprends les maths*⁵, le manuel de CE2 ne propose guère d'activité autour de l'alignement. La notion de segment est abordée (p. 8) mais les activités se concentrent davantage sur la manipulation d'outils, la précision des gestes et la qualité de la reproduction que sur les notions géométriques sous-jacentes aux constructions. Dans la même série, le manuel de niveau CM1 offre une approche intéressante avec la volonté déclarée dans le guide du maître de «favoriser la conception du segment comme ensemble des points alignés compris entre deux points donnés» (p.59). L'activité liée à cet objectif consiste à partir d'un ensemble de douze points, à retrouver si tel point est situé sur un segment donné, la matérialisation des segments n'étant pas nécessaire pour répondre. Dans le résumé «j'ai appris» on peut lire «le segment $[AB]$ comprend le point A , le point B et tous les points alignés avec les points A et B et qui sont situés entre A et B » et «sur un segment, il y a un nombre infini de points» (p. 9). Quelques pages plus loin, l'approche de la notion de droite est identique : la même constellation de points est proposée et les questions légèrement modifiées par exemple : «Le point D est-il situé sur (AC) ? » (p. 19). C'est l'occasion pour le maître «de formuler, de nouveau, le lien entre droite et segment : un segment est un morceau de droite» (p. 69). Le passage à la notion d'infinité de la droite, de son absence d'extrémités est laissé à la charge du maître. La droite est ainsi définie : « (AB) comprend : le point A , le point B , tous les points à l'intérieur de $[AB]$, tous les points alignés avec A et B et situés à l'extérieur de $[AB]$ » (p. 19). L'alignement de points apparaît ainsi comme un corollaire à l'appartenance à une droite ou un segment. On pourrait regretter qu'au travers des autres activités géométriques du manuel, ce difficile concept de droite - ou segment - comme ensemble de points ne soit pas ré-exploité afin de lui donner davantage de sens.

En conclusion, comme on peut le voir, l'alignement n'est traditionnellement pas enseigné. Il resterait toutefois à analyser les nouveaux manuels de mathématiques du Cycle 3, suivants les nouveaux programmes, qui devrait à présent aborder cette notion. On peut ainsi s'attendre qu'à l'avenir, sous la pression institutionnelle, le concept d'alignement prenne de l'ampleur dans les manuels et les activités qu'ils proposent. A l'heure actuelle, la plupart des manuels proposent d'aborder cette notion en même temps que l'utilisation de la règle. Il semble aller de soi que l'utilisation de cet instrument ne pose pas de problème puisqu'elle est généralement abordée au Cycle 2. Cependant, la simple utilisation de la règle peut-elle conduire spontanément à la construction du concept d'alignement et le rendre efficace dans des problèmes où sa présence n'est pas explicite ?

⁵ BRISSIAUD R. (1996) *J'apprends les maths*, Retz.

4- Questions

Ces analyses du savoir à enseigner et du savoir enseigné, nous amènent à nous poser quelques questions auxquelles nous tenterons de trouver des éléments de réponse dans ce mémoire :

- Quelles sont les caractéristiques des situations problèmes susceptibles de donner du sens au concept d'alignement ?
- Comment articuler autour de l'alignement des connaissances spatiales aux connaissances géométriques ?
- Comment peut-on conduire les élèves à passer de la notion de points alignés à celle de droite ?
- Dans quelle mesure, l'environnement informatique offre-t-il un intérêt par rapport à l'environnement papier/crayon ?

III- Un logiciel de géométrie dynamique : Cabri-géomètre II

Au niveau institutionnel, on a pu constater ces dernières années, une réelle volonté de promouvoir l'intégration des TICE à l'enseignement. Les nouveaux programmes de l'école élémentaire suggèrent, entre autres, l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique et de logiciels d'entraînement (p. 227). Ils sont toutefois assortis d'une réserve, que nous avons déjà mentionnée, qui précise que les activités informatisées ne peuvent remplacer celles en papier/crayon.

La commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques dans son rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement (2000), si elle souligne l'intérêt de l'usage de logiciels de géométrie dynamique, fait plusieurs mise en garde :

« - ce n'est pas parce qu'on installe un élève devant un logiciel de géométrie qu'il fait de la géométrie,

- il devient plus difficile encore de convaincre les élèves de la nécessité de prouver une propriété lorsque le logiciel leur a répondu qu'elle était vraie ». Cette dernière difficulté s'appliquant davantage aux élèves du collège ou du lycée qu'à nos élèves de l'école élémentaire pour lesquels aucune tâche de démonstration n'est exigée.

L'intégration d'un environnement informatique amène à s'interroger sur les potentialités réelles des logiciels utilisés, sur l'enjeu des activités qu'ils permettent de proposer aux élèves mais aussi sur les moyens d'intégrer cet environnement à de véritables apprentissages géométriques en complément d'activité en papier/crayon.

1- Présentation générale du logiciel

Le logiciel Cabri-géomètre est une implémentation de la géométrie euclidienne sous forme d'un micro-monde à manipulation directe, c'est-à-dire qu'il s'agit d'un environnement informatique qui offre un système de représentation des objets géométriques. Il permet de créer des objets géométriques à l'aide de *primitives de dessins* ("Segment", "Droite", "Cercle"...). Il existe également des *primitives géométriques* qui permettent de tracer un dessin à partir de commandes exprimant des propriétés géométriques, par exemple : "Droite parallèle", "Milieu", "Médiatrice"... Ces derniers objets ne peuvent pas être déplacés directement puisqu'ils sont liés à d'autres objets par des relations géométriques.

Lorsque l'on a un dessin à l'écran, il est possible de déplacer un de ses éléments de base à l'aide de la souris. On observe alors pour le dessin que *« celui-ci se déforme en respectant les propriétés géométriques qui ont servi à son tracé et celles qui en découlent »* (LABORDE et CAPPONI, 1994, p. 173). Ce n'est pas le cas pour un dessin produit au jugé, c'est-à-dire en utilisant uniquement des primitives de dessin sans passage par des primitives géométriques.

Les caractéristiques du logiciel* sont les suivantes :

- utilisation de la souris : on peut manipuler directement à l'écran les éléments de base ;
- configuration des outils : il est possible d'ôter ou d'ajouter des éléments aux menus. Cette caractéristique offre un intérêt tout particulier pour l'utilisation avec des élèves de Cycle 3. En effet, on peut ainsi ne pas alourdir les menus par des outils inconnus des jeunes élèves. Il est également possible dans des situations de résolution de problèmes de favoriser le recours à une procédure particulière en ôtant l'usage de certains outils ;
- les outils ont les noms des objets dont ils vont donner le tracé. Par exemple, "Droite parallèle", "Milieu", "Cercle"... ;
- les déplacements respectent les relations théoriques : les déplacements des objets consécutifs au déplacement des points de base s'effectuent en conservant les propriétés par lesquelles le dessin a été créé. *« Cela permet d'amplifier la perception au sens où*
 - – on voit d'une part une infinité des cas ;

* Le logiciel et ses outils sont présentés dans les annexes 1 et 2.

- *le déplacement déforme et accroît les erreurs éventuelles d'autre part.* » (ARGAUD, 1998, p. 186) ;

et d'obtenir par déplacement continu d'un de ses éléments une multiplicité de dessins attachés à un même objet.

- les rétroactions du milieu : une procédure peut être facilement invalidée par déplacement des objets de base. C'est en particulier le cas pour les dessins réalisés « au jugé ». De plus, Cabri favorise l'abandon de procédures par essais au profit de procédures fondées sur des connaissances géométriques plus consistantes (Ibid., p. 188). En effet, « *de la multiplicité des Cabri-dessins obtenus, l'élève pourra peut-être induire la propriété que les objets doivent nécessairement vérifier. Les rétroactions du milieu peuvent ainsi servir à l'élève pour découvrir une procédure qui lui donne la solution que la procédure par essais ne lui donne pas* ». (Ibid., p. 188).

2- Interface

Cabri présente l'avantage de pouvoir s'adapter à ses utilisateurs ou aux situations proposées en modifiant les menus. Le menu que nous avons utilisé pour la plupart des situations en Cycle 3 est nommé "*Outils de base*". Il est simplifié à la fois pour ne pas que les élèves soient pas gênés par la présence massive d'outils mais également pour leur permettre une plus grande lisibilité des outils recherchés. Ce menu est présenté dans l'annexe 2.

3- Découverte du logiciel avec des élèves de Cycle 3

Ainsi que le préconisent ASSUDE et CAPPONI (1996-97, p. 56), notre travail « *s'appuie sur un choix préliminaire : ne pas faire d'une bonne maîtrise du logiciel un préalable au démarrage des activités mathématiques proprement dites. Après une phase de découverte très courte de l'interface Cabri, les élèves sont mis en situation de créer des objets et de les manipuler.* »

Les premières situations proposées à des élèves de Cycle 3* ont pour objectif de les familiariser avec l'environnement Cabri-géomètre. Plus précisément, trois éléments sont à mettre au point avec les élèves :

- 1- La règle du déplacement, le « **contrat** » essentiel : il est nécessaire que les élèves comprennent que le déplacement des objets de base et la résistance du dessin au déplacement de ces objets de base sont un des critères permettant de déclarer valide une

* Nous ne détaillons pas ici ces situations pour des raisons évidentes de limitation du nombre de pages de ce mémoire.

construction. Il s'agit d'un changement de contrat par rapport à la géométrie en papier/crayon. Un exemple de l'illustration de cette règle est proposé dans l'annexe 3.

- 2- Les aspects du curseur : au travers de situations simples, les élèves mettent en évidence les différents états du curseur : crayon pour construire, flèche pour sélectionner les éléments du menu, main pour attraper et déplacer, main qui montre (associée à un commentaire écrit), croix pour définir une zone.
- 3- Les «Jokers » ainsi que les nomment ASSUDE et CAPPONI (1996-97, p. 57) qui vont permettre à l'élève de ne pas rester bloquer et de pouvoir revenir sur ses erreurs : annuler la dernière action effectuée, effacer en montrant l'objet à supprimer ou effacer une zone.

Les autres aspects de l'interface tels que l'ouverture et la fermeture de fichiers, les menus déroulants, les ascenseurs pour se déplacer dans la fenêtre, les outils existants, l'activation des icônes, l'ouverture d'une nouvelle fenêtre sont rapidement découverts par les élèves et ne leur posent pas de problème. Pour les enfants habitués à l'utilisation d'ordinateurs, on peut dire que ces aspects existent dans d'autres logiciels connus ou font partie d'une « logique » informatique et sont ainsi facilement à leur portée.

IV- Situations

1- Idées directrices pour la mise au point des situations

Nous avons vu au chapitre I les variables qui peuvent être modifiées dans des situations impliquant l'alignement. Des réflexions qui précèdent, nous pouvons déduire quelques idées directrices pour la construction de situations et pour les différentes phases de l'apprentissage de ce concept.

Faire rencontrer aux élèves des situations de l'espace matériel

Afin de contextualiser la connaissance et de pouvoir évoquer la relation d'alignement dans un contexte qui prend du sens pour l'élève, l'approche par des jeux traditionnels (puissance 4, Dames, morpion...) peut être pertinente.

Dans le même ordre l'idée, ma classe de CE2-CM1 a travaillé en sciences sur le thème « lumière et ombre ». Ceci a permis aux élèves d'approcher des problèmes réels d'alignement

tels que «*placer la lampe pour que l'ombre soit...* » , «*anticiper la position de l'ombre pour telle position du soleil...* ». Ce sont les élèves qui spontanément ont utilisé leur vocabulaire quotidien pour établir que le soleil, ou la lampe qui le représente, l'objet et son ombre sont alignés. Certes, ce contrôle de l'alignement dans l'espace réel reste soumis à des imprécisions mais la relation est présente et a du sens pour les enfants. Certains élèves ont proposé d'illustrer le parcours de la lumière qui conduit à la formation de l'ombre en le symbolisant par des fils tendus. D'autres enfants ont «vu» le trajet rectiligne de la lumière en secouant un chiffon de craie au-dessus d'un rayon lumineux. Cette approche de l'alignement dans un contexte a priori éloigné et différent de la géométrie, tout au moins pour les élèves (car nous savons que ce n'est pas tout à fait le cas, bien des lois d'optique tirent leur origine de la géométrie), va permettre dans un second temps l'évocation de la relation d'alignement.

Alignement implicite ou explicite

L'alignement semble être un concept simple à aborder puisqu'il est familier aux élèves. Il peut ainsi devenir rapidement un outil explicite pour les élèves. L'intérêt serait de les amener ensuite à résoudre des situations plus complexes dans lesquelles l'alignement n'apparaîtrait pas de façon explicite. Plus clairement, une relation d'alignement peut être présente, par exemple, dans le cas d'une reproduction de figure. Les élèves peuvent au jugé reproduire cet alignement (tout comme d'ailleurs, ils peuvent construire au jugé deux droites perpendiculaires). Notre objectif est que l'alignement puisse apparaître comme outil explicite de reproduction de la figure.

Pour la construction du concept d'alignement et de droite par l'élève et pour son réinvestissement dans diverses situations, l'idée serait donc de partir de problèmes dans l'espace réel pour aller vers des problèmes décontextualisés où le concept sera explicité.

Choix de l'environnement

Si en papier/crayon l'élève peut aisément construire des figures ou en reproduire au jugé c'est-à-dire sans nécessairement faire appel à des connaissances géométriques, il en est autrement dans un environnement informatisé où l'élève à la charge de respecter d'autres contraintes qui peuvent l'obliger à rendre explicites toutes les propriétés géométriques utilisées. Ainsi, il semble pertinent, comme le proposent les nouveaux programmes, d'utiliser pour certaines situations, un environnement informatique. Dans un premier temps, les situations proposées pourraient être des reprises de situations travaillées dans le micro-espace en papier-crayon.

Phases d'apprentissage*

Plusieurs phases « clés » de l'apprentissage peuvent être identifiées :

- le passage d'une procédure purement perceptive à une procédure instrumentée ;
- la prise de conscience de l'ensemble des points alignés avec deux points donnés (concept de droite) qui à l'école élémentaire est davantage traduit par : « si un point est aligné avec A et B, il est sur le trait droit qui passe par A et B » et « si un point est sur le trait droit (ou la droite) passant par A et B alors il est aligné avec A et B » ;
- explicitation de la relation ;
- l'utilisation de l'alignement pour produire d'autres relations (qui concerne plutôt le début du collège).

2- Cadre de l'expérimentation

Les situations ont été mises au point dans le cadre de la recherche INRP/ IUFM de Grenoble/ Laboratoire Leibniz « Usage éducatif des TICE : quelles nouvelles compétences pour les enseignants ? » à laquelle j'ai participé de 1999 à 2002.

Ces situations ont été expérimentées dans ma classe à plusieurs reprises. : Les résultats présentés sont ceux obtenus en CE2 pour l'année 2001-2002.

Les activités en papier/crayon ont principalement pour but de permettre la dévolution de problèmes sur Cabri-géomètre et de résoudre ceux-ci par des procédures essentiellement fondées sur des connaissances spatiales. Les activités dans l'environnement Cabri-géomètre viseront à faire évoluer ces procédures pour aller vers des procédures composées de connaissances plus « évoluées » et à donner du sens aux concepts approchés.

3- Situations en papier/crayon

Situation de départ : Grand Schtroumpf

Une description plus détaillée de la situation est proposée dans l'annexe 4. Cette situation a trois objectifs : développer différentes procédures spatio-graphiques pour contrôler un alignement ou un non-alignement, distinguer l'ensemble des points alignés avec deux points donnés de l'ensemble des points non alignés et parvenir au tracé de droite qui apparaît comme limite de ces deux ensembles.

Dans l'étape 1, les élèves travaillent par deux sur une maquette composée d'une feuille aux bords non rectilignes représentant le domaine du grand Schtroumpf, d'un bout de carton posé

* Les phases de l'apprentissage sont basées sur le document de travail de la recherche INRP en géométrie.

verticalement figurant un mur et des trois épingles matérialisant le Grand Schtroumpf, Gargamel et Azraël. Le problème posé aux élèves est le suivant :

« *Le Grand Schtroumpf a un immense domaine où il a caché son trésor. Il veut surveiller son domaine avec un rayon laser pour détecter ses adversaires. Au milieu de son domaine, il y a un grand mur et le Grand Schtroumpf a peur que cela l'empêche de surveiller partout. Gargamel et Azraël se sont introduits dans le domaine pour découvrir le trésor. Gargamel et Azraël vont-ils être repérés par le rayon laser ?* »

En fait, de façon tout à fait implicite, on demande aux élèves de déterminer si trois points donnés sont alignés.

Voici les procédures relevées :

Procédures relevées	Procédures perceptives		Procédures instrumentées	
	jugé seul	jugé à l'aide d'une visée effective	contrôle instrumenté sans tracé	contrôle instrumenté avec tracé
Coline et Anissa	X			
Mickaël et Lucio		X		
Elodie et Jennifer				X
Valentine et Aurélie			avec la règle	
Sandra et Sittaphone	X			
Sarah et Clotilde			avec un crayon	
Charlotte et Yanis				X
Damien et Charlène				X
Cyril et Farès		X		
Michel et Benjamin			avec ficelle	
Steve et Azzedine			avec ficelle	
Abir et Jean-Baptiste	X			

Tableau 1 : procédures relevées pour la situation « Grand Schtroumpf »- étape 1

Certains enfants font tout juste appel à des procédures géométriques. Par exemple, dans un premier temps, Coline et Anissa répondent que le laser peut toucher Gargamel et Azraël car « *le mur ne continue pas sur tout le domaine* » ou Mickaël et Lucio : « *le mur cache Gargamel et Azraël mais ils peuvent être repérés s'ils se déplacent* ». D'autres enfants par contre, perçoivent que seule la règle permet « *d'aller droit* » pour voir si le rayon laser touche les ennemis du Grand Schtroumpf. Toutefois, sur l'ensemble de la classe, si plus de la moitié des binômes fait appel à des procédures instrumentées seuls trois binômes ont recours au tracé d'une droite pour contrôler l'alignement ou le non-alignement de l'émetteur laser, de l'angle du mur et d'un des ennemis du grand Schtroumpf.

Dans l'étape 2, le mur n'est plus représenté que par une trace sur la feuille qui matérialise le domaine du Grand Schtroumpf et l'émetteur laser est devenu un point. Ceci doit amener les

élèves à anticiper le résultat par le tracé d'une droite. De plus, le problème est formulé autrement : « *Y a-t-il des endroits où Gargamel et Azraël peuvent se placer pour ne pas être détectés par le rayon laser ?* ». La réponse au problème est donc une partie du plan et le trait droit apparaît comme limite de zone. On souhaiterait que la réponse apparaisse par le tracé de la droite joignant l'émetteur laser du Grand Schtroumpf à l'angle du mur et qu'ainsi la zone apparaisse par la matérialisation de sa limite. Les élèves ont donc à trouver tous les points non alignés avec deux points donnés : l'émetteur laser et l'angle du mur.

Quelques productions des élèves sont proposées dans l'annexe 5.

Procédures relevées	Procédures perceptives		Procédures instrumentées	
	jugé seul	jugé à l'aide d'une visée effective	contrôle instrumenté sans tracé	contrôle instrumenté avec tracé
Coline et Anissa	X			
Mickaël et Lucio		X		
Elodie et Jennifer				X
Valentine et Aurélie				X
Sandra et Sittaphone				X
Sarah et Clotilde			avec la règle	
Charlotte et Yanis				X
Damien et Charlène				X
Cyril et Farès			X	
Michel et Benjamin				X
Steve et Azzedine			X	
Abir et Jean-Baptiste		X		

Tableau 2 : procédures relevées pour la situation « Grand Schtroumpf »- étape 2

Seuls trois binômes sur les douze observés font à nouveau appel à des procédures perceptives dont un seul au jugé. Plus de la moitié des élèves a été conduit à tracer la droite attendue, les autres se contentant de désigner « avec les mains » la zone réponse ou de tracer des points illustrant leur réponse. Dans ce dernier cas, on observe d'ailleurs que certains élèves placent seulement deux, trois voire quatre points alors que d'autres en placent beaucoup ce qui les amènent plus aisément à délimiter la zone réponse.

Le tracé de la droite ou plutôt demi-droite, réalisé par six binômes n'est toutefois pas toujours correct. Il apparaît parfois de façon intuitive et s'il est toujours lié à l'angle du mur, il n'est pas toujours parfaitement aligné avec l'émetteur du Grand Schtroumpf.

Cette situation est ensuite reprise pour de nouvelles configurations en faisant varier la position du Grand Schtroumpf. Elle est de nouveau exploitée dans l'environnement Cabri-Géomètre.

Dans l'étape 3, ajoutée dans un second temps aux deux précédentes, l'élève doit identifier des points alignés avec un ensemble de points alignés. Nous présentons en annexe 4 cette étape.

Exercices de réinvestissement

On peut à la suite de cette situation, proposer aux élèves une série d'activités dans le même contexte pour lesquels ils ont à repérer en papier/crayon, les éléments (émetteur laser et ennemis) étant alors tous représentés par des points, quels ennemis le Grand Schtroumpf peut toucher avec son laser ou la zone où Gargamel peut se cacher. Plus explicitement, on peut demander de trouver, dans un ensemble de points, quels points sont alignés et éventuellement de matérialiser l'alignement par un tracé.

4- Situations dans l'environnement Cabri-Géomètre II

a- Mise en œuvre dans une classe : déroulement général des situations

- 1- Communication de la tâche aux élèves (orale ou écrite)
- 2- Recherche : Pendant cette phase, l'enseignant intervient individuellement auprès des élèves en difficulté pour reformuler la consigne, conseiller de « *chercher les points qui bougent* » ou demander de vérifier une construction par déplacement.
- 3- Mise en commun* intermédiaire : Cette phase doit intervenir avant que les élèves n'aient trouvé une résolution validée (la solution serait alors rapidement diffusée). Cette phase vise à montrer à l'ensemble de la classe les différentes procédures envisagées et leur inefficacité dans la résolution du problème. Elle permet de les « relancer » dans la recherche.
- 4- Nouvelle recherche (validation individuelle) : Dans l'environnement Cabri, la phase de recherche aboutit généralement à une validation individuelle, privée. Soit de façon spontanée après une certaine familiarisation avec le logiciel, soit à la demande du maître, l'élève fait un retour sur sa production en tentant de déplacer tous les points qu'il est possible de bouger. Si elle résiste au déplacement, il peut conclure.
- 5- Mise en commun – conclusion : Cette dernière phase clôt l'activité. D'autres procédures sont mises en évidence et discutées.

* Pour les mises en commun, nous utilisons un logiciel (NetOpschool) qui permet de retransmettre à l'ensemble des ordinateurs du réseau l'écran de l'ordinateur-contrôle. L'enfant qui présente sa procédure se déplace jusqu'à cet ordinateur, commente la suite de ses actions pendant que les autres élèves suivent sur leur écran avant d'intervenir et de rebondir sur la stratégie présentée. La difficulté de ce fonctionnement réside dans la lenteur de la transmission de l'écran qui oblige l'élève qui contrôle les écrans à déplacer la souris lentement.

b- Situation : Grand Schtroumpf-Cabri

Les problèmes proposés dans cette activité (cf. annexe 6) prennent appui sur la situation matérielle contextualisée Grand Schtroumpf qui sert de référence pour évoquer les objets et les relations existant entre les objets. Tout comme dans les exercices de réinvestissement, les points représentent l'émetteur laser et les ennemis du Grand Schtroumpf. Dans ces activités, on vise à rendre explicite les outils de résolution du problème (concepts de droite ou segment) à travers l'usage des primitives de Cabri-géomètre qui s'y rapportent.

Les variables didactiques sur lesquels on peut agir diffèrent sensiblement des variables en papier/crayon :

- l'éloignement des points en jeu : avec des points relativement éloignés, l'élève ne peut plus avoir recours au jugé ;
- la mobilité de l'émetteur laser ;
- la visibilité simultanée des trois points considérés : lorsque les trois points sont visibles à l'écran, la perception visuelle joue un rôle important. On peut jouer sur cette variable pour amener l'élève à utiliser le tracé ;
- l'écart du troisième point par rapport à l'alignement des deux autres ;
- les primitives disponibles : on peut choisir de rendre indisponible "Segment" pour conduire les élèves à utiliser "Droite".

Les procédures possibles sont :

P1 : contrôle visuel externe (avec un instrument ou un autre objet)

P2 : au jugé

P3 : instrumentée à l'aide des ressources de l'environnement

P3a : création d'un segment

P3b : création d'une droite

P3c : création d'une demi-droite

Notons que la visée n'est plus une procédure adaptée dans cet environnement.

Les procédures P1 et P2 mettant fortement en jeu la perception ne sont pas très fiables en particulier lorsque les trois points ne sont pas visibles simultanément à l'écran.

Dans l'étape 1, l'émetteur laser est fixe et tous les points sont visibles simultanément. On pose aux élèves la même question que dans l'étape 1 de « Grand Schtroumpf » : *Gargamel et Azraël peuvent-ils être détectés par le rayon laser du Grand Schtroumpf ?*

Binômes	Procédures observées		
	P1	P2	P3
Coline et Anissa	X		
Mickaël et Lucio		X	
Elodie et Jennifer			a
Valentine et Aurélie			b
Sandra et Sittaphone			b
Sarah et Clotilde			b
Charlotte et Yanis			c
Damien et Charlène			b
Cyril et Farès			a
Michel et Benjamin			a
Steve et Azzedine			a
Abir et Jean-Baptiste		X	

Tableau 3 : procédures relevées pour la situation « Grand Schtroumpf-Cabri »- étape 1

Sur les douze binômes observés, trois restent dans des procédures visuelles. Parmi eux seules Coline et Anissa utilisent la règle pour vérifier l'alignement sur l'écran au lieu de recourir aux outils de l'environnement Cabri. Trois des binômes ont recours à la procédure P3a qui consiste à tracer un segment du point matérialisant l'émetteur laser à Gargamel ou Azraël et à observer si ce segment «touche » le mur ou non. Pour quatre autres binômes, c'est la procédure P3b avec l'outil "Droite" qui est appliquée : Tout comme pour "Segment" dans la procédure précédemment décrite, les élèves observent si le rayon est arrêté par le mur ou dans le cas où ce soient le point émetteur et le point représentant l'angle du mur qui soient choisis, en visualisant si les adversaires du Grand Schtroumpf sont touchés. Un seul binôme essaye d'utiliser "Demi-droite" (P3c) presque par hasard en cherchant un outil disponible dans le logiciel. L'emploi des outils de Cabri-géomètre appropriés et la construction de l'objet correspondant permettent l'explicitation des concepts de droite ou de segment.

On observe donc de moins en moins de recours à des procédures purement visuelles. Les élèves utilisent le tracé de façon pertinente. Les autres étapes de la situation visent à introduire la droite en contraste avec le segment et ainsi à proposer une activité où il y a nécessité de prolonger un trait.

Dans l'étape 2, on propose aux élèves la situation suivante : «*Décibel, un autre adversaire du Grand Schtroumpf s'est introduit furtivement dans son domaine pour découvrir le trésor. Découvre où Décibel s'est caché. Sera-t-il détecté pour le laser ?* »

Le nouvel adversaire du Grand Schtroumpf n'est pas visible à l'écran. Les élèves vont devoir utiliser les ascenseurs pour le découvrir (avec la difficulté qui en découle ensuite de se repérer dans l'espace «page ») ou utiliser la fonction "Montrer la page" qui permet de visualiser

toute la page et de choisir quelle partie de la page peut s'afficher à l'écran. On approche ainsi le caractère infini de la droite.

Pour résoudre le problème, l'outil "Segment" est difficilement utilisable du fait de l'éloignement d'un des trois points. La notion de droite devient donc nécessaire à la résolution du problème. Elle délimite une partie du plan (où les adversaires sont repérés, où ils ne le sont pas). La droite est entièrement déterminée par les deux points choisis. On peut supposer qu'il s'agira du point émetteur du Grand Schtroumpf et du point angle du mur puisqu'ils sont visibles simultanément à l'écran.

Binômes	Procédures observées		
	P1	P2	P3
Coline et Anissa			b
Mickaël et Lucio			b
Elodie et Jennifer			c
Valentine et Aurélie			b
Sandra et Sittaphone			Pas de réponse
Sarah et Clotilde			b
Charlotte et Yanis			c
Damien et Charlène			b
Cyril et Farès			b
Michel et Benjamin			b
Steve et Azzedine			c
Abir et Jean-Baptiste			Pas de réponse

Tableau 4 : procédures relevées pour la situation « Grand Schtroumpf-Cabri »- étape 2

Pour cette activité, il n'y a plus de possibilité de produire une réponse satisfaisante avec les seules procédures perceptives. L'ensemble des élèves prend donc appui sur les ressources du logiciel qu'ils maîtrisent de mieux en mieux. Ils savent à présent que dans les outils de Cabri, il existe un outil ou la combinaison de plusieurs outils qui permettent de résoudre le problème.

Les binômes qui avaient utilisé efficacement l'outil "Segment" dans l'étape 1 sont obligés de recourir dans un deuxième temps à une autre stratégie. Ils essaient alors "Droite" ou "Demi-droite" qui avaient été présentés par certains binômes dans la mise en commun de l'étape 1.

Deux binômes n'ont pas réussi à produire de réponse pour répondre au problème bien qu'ils aient tous compris que le recours au jugé n'était plus possible.

Pour valider leur procédure, les élèves se déplacent dans l'écran grâce aux ascenseurs. Dès qu'ils ont compris comment était disposé l'ensemble de la page, ils peuvent se lancer dans la résolution du problème puis répondre à la question posée.

D'autres étapes dans le même contexte peuvent être proposées à la suite des précédentes en particulier à des élèves de CM1 ou CM2. Il s'agit de délimiter des zones : « *le grand Schtroumpf pense qu'avec cette nouvelle position de l'émetteur, il peut effectivement surveiller tout son domaine. Donne-lui ton avis* ». Pour répondre à ce problème, les élèves doivent non seulement joindre deux points par une demi-droite ou une droite mais également délimiter des parties du plan. Leur réponse est complétée en montrant à la main les zones réponses.

Il est possible de complexifier encore davantage le problème en proposant une situation dans laquelle l'émetteur laser se déplace sur un segment et où le domaine à surveiller est limité par un polygone. L'énoncé de la question est toujours : « *le Grand Schtroumpf peut-il surveiller tout son domaine ?* »*

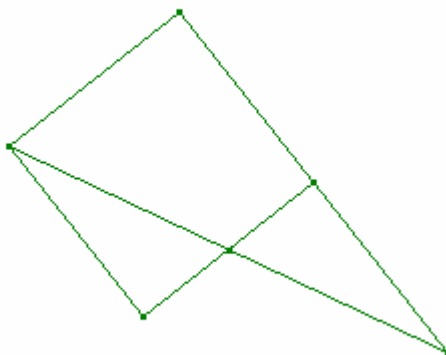
c- Situation test : reproduction d'une figure

La situation présentée à présent est issue d'un travail que j'ai mené en collaboration avec des Professeurs des Ecoles stagiaires intéressés par l'intégration de Cabri-géomètre à leurs pratiques. Dans un premier temps, les stagiaires ont proposé et conduit une séance autour de la reproduction dans l'environnement Cabri d'une figure. Dans un deuxième temps, avec l'autre moitié de la classe, j'ai conduit la même activité en faisant des choix différents mais en gardant la même figure à reproduire.

Cette situation peut être considérée comme un test puisque cette fois, l'alignement est implicite et nous pouvons observer si les élèves vont réinvestir les connaissances acquises dans les situations précédentes où il était plus explicite.

Les élèves travaillent seul à leur poste informatique. Ils ouvrent le fichier suivant :

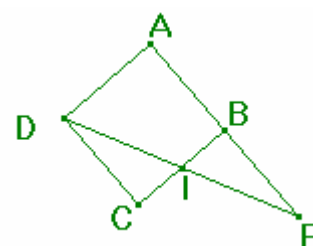
Reproduis cette figure.



* Nous ne traiterons pas ici les réponses à ces dernières activités puisqu'elles sont difficilement accessibles à des CE2 avec lesquels les autres situations ont été expérimentées.

Dans cette situation, l'alignement est non seulement implicite mais également lié à d'autres relations telles que celle de milieu d'un segment ou même éventuellement perpendiculaire. En termes de connaissances géométriques, les élèves doivent être capables d'isoler les points alignés dans l'ensemble de la figure et d'imaginer des éléments non présents pouvant être utiles à la construction ou à la reproduction de la figure. Dans le menu proposé aux élèves l'outil "Carré" est introduit afin de ne pas surcharger la tâche des élèves par une construction trop complexe. La première consigne est d'observer les éléments de la figure qui peuvent se déplacer. La seconde consigne est inscrite à l'écran « *Reproduis cette figure* ».

Pour faciliter notre discours, nous faisons le choix de nommer certains points de la figure mais ce n'était pas le cas sur la figure donnée aux élèves.



Pour la construction des deux segments (autres que ceux du carré), les élèves doivent trouver que le point I est le milieu d'un côté du carré. Il faut ensuite, établir que P est l'intersection des droites (DI) et (AB) avec la difficulté que dans Cabri-géomètre un segment est défini sur une droite.

Les procédures possibles sont :

P1 : construction au jugé qui ne résiste pas au déplacement

P2 : construction d'une droite ou d'un segment passant par D et I et position de P à l'intersection des droites (DI) et (AB)

P3 : construction de la droite perpendiculaire à un côté du carré, position de P à l'intersection des droites (DI) et (AB)

A la suite de la première consigne, une mise en commun permet de dégager le fait que ni la couleur, ni la position, ni la taille de la figure ne comptent. La règle de Cabri « *lorsque je bouge ma figure doit garder ses propriétés* » est rappelée et a pour corollaire que chacun ne peut juger sa figure correcte que s'il a pensé à en déplacer les points.

Pour la reproduction de la figure, la plupart des élèves se lancent d'abord dans une procédure au jugé rapidement invalidée par le déplacement des points construits. Voici les dernières procédures réalisées proposées lors de la mise en commun :

Binômes	P1	P2	P3
Coline et Anissa		X	
Mickaël et Lucio	X		
Elodie et Jennifer			X
Valentine et Aurélie		X	
Sandra et Sittaphone		X	
Sarah et Clotilde	X		
Charlotte et Yanis	X		
Damien et Charlène			X
Cyril et Farès		X	
Michel et Benjamin			X
Steve et Azzedine		X	
Abir et Jean-Baptiste	X		

Tableau 5 : procédures relevées pour la situation-test

Sur tous les binômes observés, quatre n'arrivent pas à proposer une procédure où le jugé n'intervient pas. Cinq binômes réinvestissent le travail autour de l'alignement avec la procédure P2. Trois binômes choisissent la procédure P3 impliquant la perpendicularité. On peut supposer qu'une activité précédente autour de l'outil "Droite perpendiculaire" a influencé leur résolution.

Dans l'ensemble, même pour des élèves qui utilisent des procédures au jugé, la position du point P comme intersection de deux alignements est largement perçue par les élèves. On s'aperçoit ainsi qu'un certain nombre d'entre eux ne sait pas comment « *dire à Cabri* » de quelle façon reproduire l'alignement. En réalité, ces élèves ne savent pas comment expliciter l'alignement en termes géométriques. Le passage de la notion de points alignés à celle de droite n'est pas évident pour eux.

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons proposé des situations problèmes susceptibles de donner du sens au concept d'alignement. Ces situations se plaçaient dans deux environnements : papier/crayon et Cabri-Géomètre II. Nous voulions, ainsi que le spécifient les programmes, confronter les élèves à de véritables problèmes dans lesquels le recours aux instruments venait valider les hypothèses faites. Nous avons essayé de jouer sur les variables didactiques pour conduire les élèves à la construction du concept et d'articuler dans ce cadre, des connaissances spatiales à des connaissances géométriques.

Sur l'ensemble des situations, l'évolution des procédures des élèves d'une classe de CE2 peut être positivement notée : au cours des situations, ils passent pour la plupart, de procédures perceptives à des procédures instrumentées. Le lien entre points alignés et droite se fait à travers la mise en œuvre de ces procédures instrumentées. Toutefois, les élèves ont montré dans la situation test, que s'ils étaient capables de mobiliser leurs connaissances pour résoudre des problèmes faisant appel à l'alignement, ils gardaient, pour certains, des difficultés à faire le lien entre points alignés et droite. La construction du concept a commencé mais doit se développer.

Grâce aux outils de Cabri et à leur représentation dans l'environnement informatique, les notions de segment et de droite sont également liées. De plus, la nécessité de recourir à l'outil "Droite" dans l'étape 2 de la situation « Grand Schtroumpf-Cabri » donne un sens au concept difficilement approchable en papier/crayon.

Nous avons vu dans les situations proposées que l'interaction de deux environnements papier/crayon et Cabri peut se révéler riche pour l'acquisition de connaissances par les élèves, en particulier pour le concept d'alignement qui concerne ce mémoire. Il est certain que l'environnement informatique ne peut prétendre seul à la construction du concept. Toutefois, il offre certains intérêts qui ne peuvent être développés en papier/crayon. Citons :

- Le caractère dynamique de la géométrie développée, la nécessaire invariance des relations entre les objets dans les déplacements, rendent plus effective la validation des solutions. Même si pour les situations telles que Grand Schtroumpf le côté dynamique est peu exploité, il l'est fortement dans la situation test de reproduction de figure.

- Ce caractère dynamique a pour conséquence que les conditions d'obtention de la validation sont bonnes. Le maître peut ainsi envisager un fonctionnement avec l'outil informatique qui soit semblable au modèle didactique (composé de situations à vocation a-didactique) qu'il utilise pour son enseignement dans l'environnement papier/crayon. Pour une séance Cabri, comme pour

une autre séance de mathématique, le maître vise à ce que l'élève soit autonome et résolve les problèmes seul : il anticipe d'autant les actions de l'élève, tant les erronées que les correctes ; il réduit d'office son interaction avec l'élève tant au point de vue technique qu'au point de vue mathématique ; il valorise les actions de l'élève avec le dispositif pour le faire explorer, rectifier.

- Le logiciel permet en outre, comme l'a montré la situation Grand Schtroumpf-Cabri d'approcher l'aspect infini de la droite, élément impossible dans un environnement papier/crayon et qui nous l'avons dit, pose problème aux élèves.

- Dans les activités Cabri, l'élève est dégagé des contraintes de tracé. On peut ainsi sortir de l'idée reçue de beaucoup d'enseignants « *il est malhabile donc son niveau en géométrie est faible* ». Un élève peut fort bien être effectivement malhabile mais bien maîtriser les connaissances géométriques impliquées dans certains tracés.

- Cabri-géomètre permet également une mise au point des différents concepts géométriques. En effet, les outils de Cabri ont les noms des objets dont ils vont donner le tracé. De plus, il est nécessaire d'explicitier les caractéristiques des objets sur lesquels on applique les relations. Par exemple, avec l'outil "Point", on montre avec le curseur une droite et Cabri demande si on veut vraiment un "point sur cette droite". Il y a une mise en évidence visuelle du lien entre désignation d'un objet et son dessin.

Tous ces éléments montrent l'intérêt de l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique qui soit intégré à l'enseignement de la géométrie dès l'école primaire. Nous l'avons dit, les Instructions Officielles également, l'environnement informatique doit être associé au papier/crayon. Nous ne cherchons pas à montrer qu'il le remplace mais que sous certains aspects, les avantages qu'il offre, sont à exploiter.

Dans ce mémoire, nous avons cherché à présenter quelques situations problèmes dans un domaine où elles restent encore peu répandues et pour un concept qui était jusqu'à présent non travaillé à l'école primaire : l'alignement. Dans ce domaine, tout reste à créer, en particulier dans les manuels. Ce mémoire n'est qu'une parcelle de ce qui peut être pratiqué dans une classe de Cycle 3. Il nous offre cependant un aperçu des possibles.

Bibliographie

- L'enseignement de la géométrie à l'école, aujourd'hui (dossier) (2000), *JDI*, n°1540, septembre 2000, pp. 59 à 65.
- Commission Kahane (2000) Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement, *bulletin de l'APMEP*, n°430, p. 571.
- *Programmes de l'école primaire* (1995), CNDP, Hachette.
- *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? Les nouveaux programmes* (2002), CNDP /XO Editions.
- ARGAUD H.C. (1998), *Problèmes et milieux a-didactiques pour un processus d'apprentissage en géométrie dynamique plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier-crayon et Cabri-géomètre*, Thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier, Grenoble.
- ASSUDE T. et CAPPONI B. (1996-97), De l'économie et de l'écologie du travail avec le logiciel Cabri-géomètre, *Petit x*, n°44, pp. 53-79.
- BERTHELOT R. et SALIN M.-H. (1993-94), L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N*, n°53, pp. 39 à 56.
- BERTHELOT R. et SALIN M.-H. (1999-2000), L'enseignement de l'espace à l'école primaire, *Grand N*, n°64, pp.37-59.
- HOUDEMMENT C. et KUZNIAK A. (2000), Formation des maîtres et paradigmes géométriques, *Recherche en Didactique des mathématiques*, volume 20, n°1, pp. 89-116. Grenoble : la pensée sauvage éditions.
- LABORDE C. et CAPPONI B. (1994), Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherche en Didactique des mathématiques*, volume 14, n°1.2, pp. 43-66. Grenoble : la pensée sauvage éditions.
- SIMONATO A. (2001), *L'équerre, un instrument spatio-géométrique*, mémoire de CAFIPEMF.

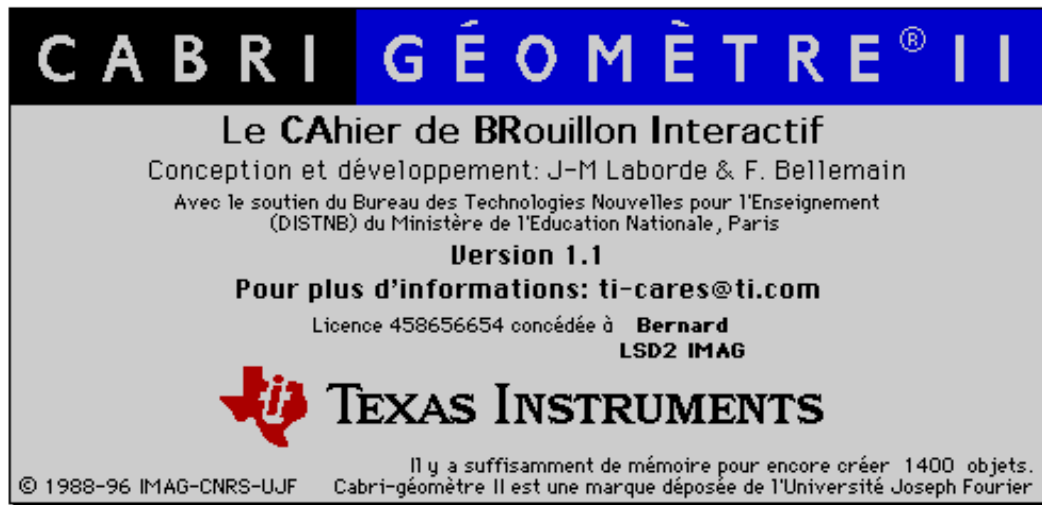
Annexes

<u>Annexe 1</u> : Présentation brève de Cabri-géomètre II	p. II
<u>Annexe 2</u> : Menu « Outils de base » de Cabri-géomètre II	p. IV
<u>Annexe 3</u> : Exemple d'utilisation de Cabri-géomètre II : illustration du contrat « déplacement »	p. VI
<u>Annexe 4</u> : Situation « Grand Schtroumpf »	p. VII
<u>Annexe 5</u> : Productions d'élèves pour la situation « Grand Schtroumpf » - étape 2	p. XI
<u>Annexe 6</u> : Situation « Grand Schtroumpf-Cabri »	p. XIII
<u>Annexe 7</u> : Productions d'élèves pour la situation « Grand Schtroumpf-Cabri » - étape 1	p. XVI

Annexe 1 : Présentation brève de Cabri-géomètre II

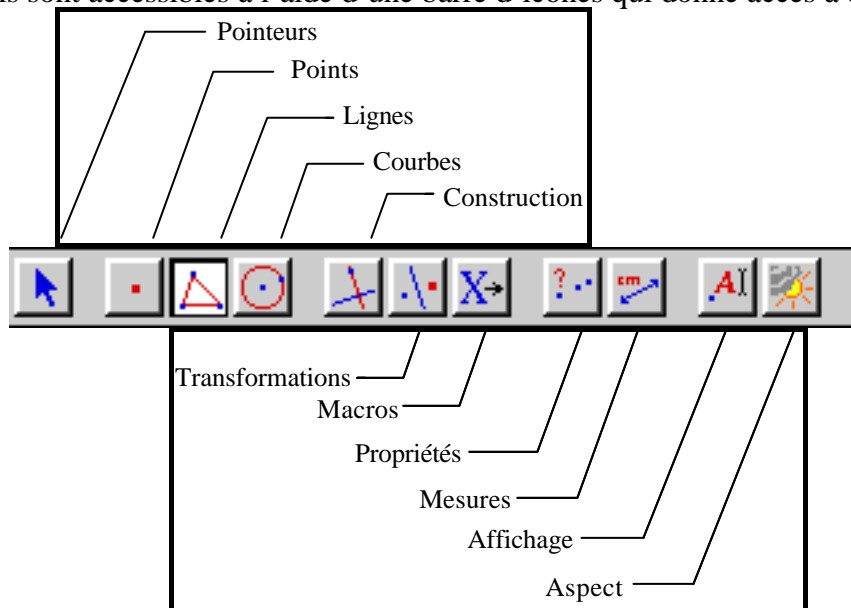
Cabri-géomètre II a été développé au laboratoire Leibniz de l'IMAG (Informatique et Mathématiques Appliquées Grenoble) - Université J. Fourier (Grenoble) et CNRS par F. Bellemain et J.M. Laborde. C'est le fruit du travail d'une équipe de mathématiciens, didacticiens et informaticiens dans le cadre de ce laboratoire. Cabri signifie **CA**hier de **BR**ouillon **I**nteractif.

Ecran d'ouverture



Barre d'icônes

Les outils sont accessibles à l'aide d'une barre d'icônes qui donne accès à des menus.



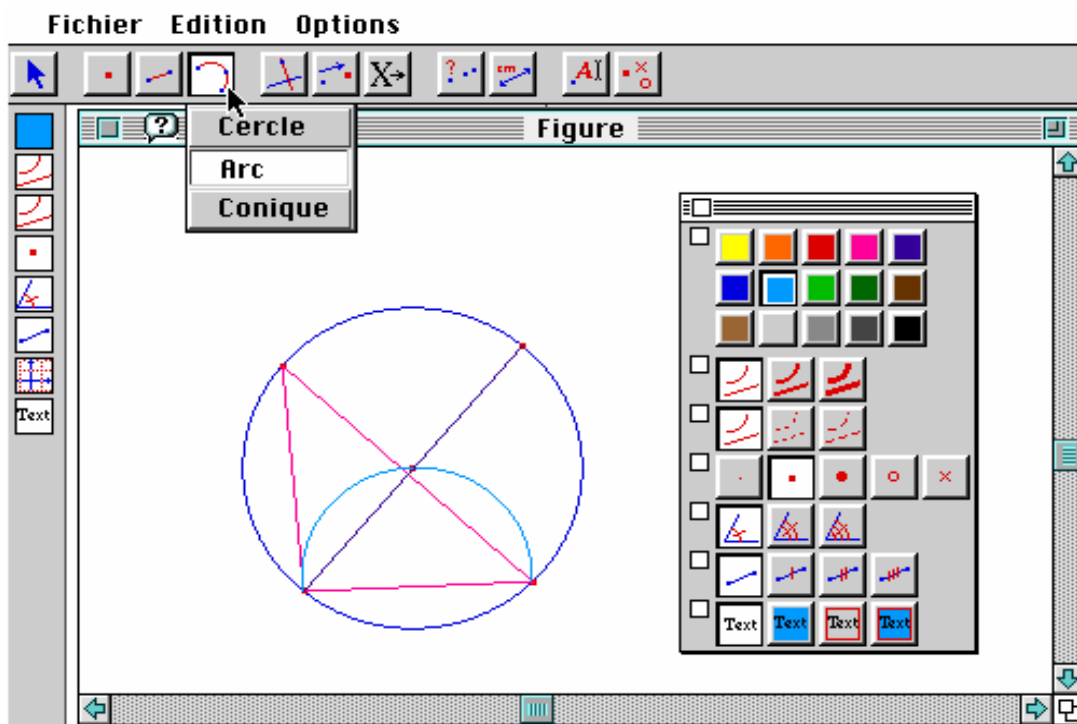
Pour sélectionner un article il suffit de cliquer rapidement sur l'icône correspondant. Chaque menu contient plusieurs articles ; pour obtenir un article dont l'icône n'est pas présent

dans la barre il faut appuyer plus longtemps sur l'icône présent et dérouler un menu dans lequel, on peut choisir avec la souris.

L'écran de Cabri-géomètre II

L'écran de Cabri-géomètre II représenté ci-dessous montre :

- La barre des menus classiques
- La barre des icônes qui contient tous les éléments nécessaires aux constructions.
Chaque icône correspond à un article de menu et permet de développer un menu textuel.
- La barre des attributs sur la gauche de l'écran avec la palette qu'on peut disposer où l'on veut dans la feuille de dessin.
- Les ascenseurs permettant de se déplacer dans la feuille.

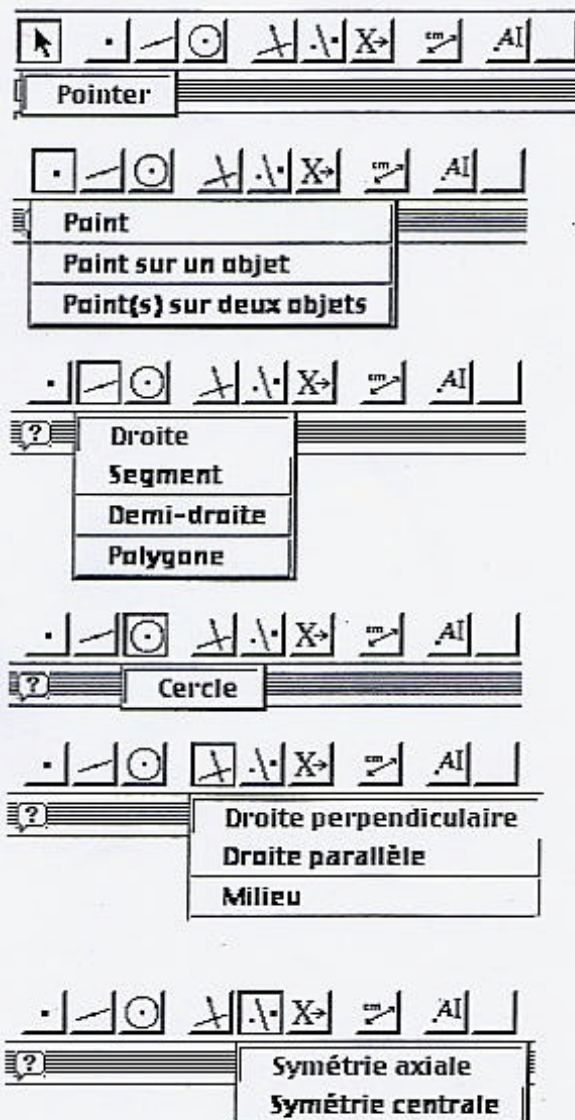


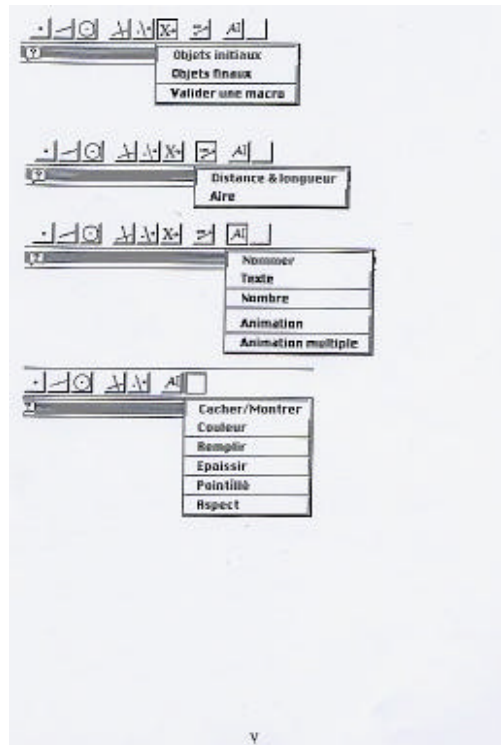
Annexe 2 : Menu «Outils de base» de Cabri-géomètre II

Le menu « Outils de base » est le menu de Cabri- géomètre utilisé pour les situations présentées dans ce mémoire (et en général pour le travail en Cycle 3)

Annexe 2 : Menu «Outils de base» de Cabri-géomètre II

Le menu « Outils de base » est le menu de Cabri-géomètre utilisé pour les situations présentées dans ce mémoire (et en général pour le travail en Cycle 3)

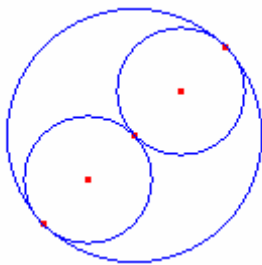
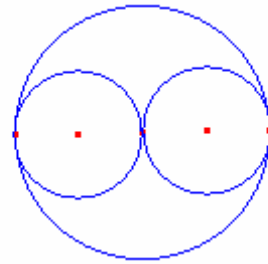




Annexe 3 : Exemple d'utilisation de Cabri-géomètre II

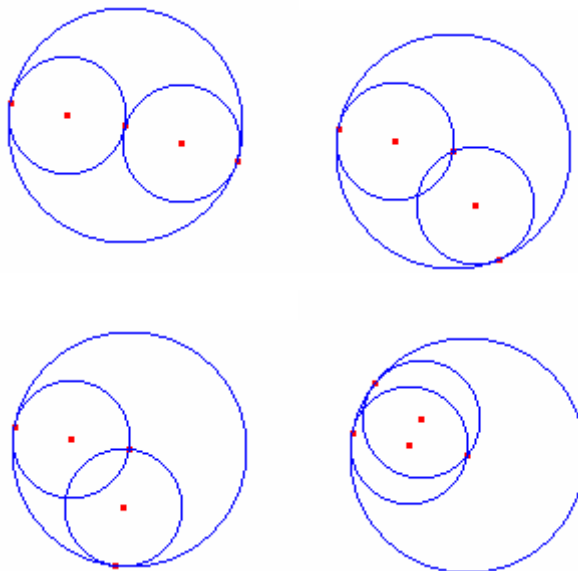
Illustration du contrat « déplacement »

Soit la figure suivante à reproduire.



En déplaçant les points de base, on s'aperçoit que les centres des trois cercles sont alignés. Quelque soit la position des deux petits cercles, la figure est identique.

Une reproduction « au jugé », sans utilisation de l'outil "Droite", conduirait à obtenir une figure en apparence identique, mais qui se déforme lorsque l'on déplace certains points :



et qui par conséquent, n'est pas valide.

Une figure est valide lorsqu'elle est construite grâce à des propriétés géométriques et par les outils du logiciel.

Annexe 4 : Situation « Grand Schtroumpf »

Descriptif

La situation est un enchaînement de problèmes portant sur la question

Soit de savoir si trois points sont alignés

Soit sur la recherche de l'ensemble des points non alignés avec deux points donnés.

Objectifs :

- Faire développer différentes procédures spatio-graphiques pour contrôler un alignement ou un non alignement d'objets et de points matériels.
- Distinguer l'ensemble des points alignés avec deux points donnés de l'ensemble des points non alignés et parvenir en particulier au tracé de droite comme limite de ces deux ensembles.
- Faire apparaître la droite comme ensemble de solutions d'un problème de localisation

Problèmes

Le Grand Schtroumpf a un immense domaine qu'il a aménagé pour dissimuler son trésor. Il veut le surveiller avec un rayon laser pour détecter ses adversaires Gargamel et Azraël. Mais il doit tenir compte d'un grand mur indestructible qui a été construit dans son domaine.

Problème 1 : *Le Grand Schtroumpf s'étant placé, Gargamel et Azraël vont-ils être repérés ?*

Problème 2 : *Le Grand Schtroumpf s'étant placé, où Gargamel et Azraël peuvent-ils se placer pour ne pas être repérés ?*

Problème 3 : *Existe-t-il des endroit où le Grand Schtroumpf peut se placer pour pouvoir repérer n'importe quel voleur ?*

Variables didactiques

- la présence du mur ;
- la distance entre l'angle du mur et le point à tester ;
- l'écart du point à tester par rapport avec la droite joignant le coin du mur au Grand schtroumpf ;
- le matériel disponible.

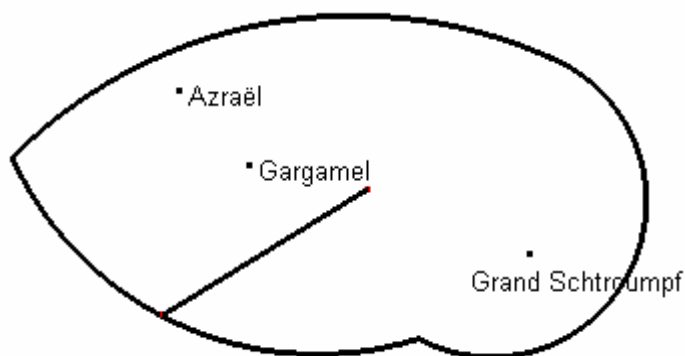
Etape 1

Objectif : Dévoluer le contexte et le type de problème

Développer des procédures de contrôle de l'alignement reposant sur la perception seule.

Matériel :

- une maquette composée d'une feuille problème de format A3 dont les bords sont découpés pour ne pas être rectilignes, fixée sur un socle en carton, où sont figurées les positions du Grand Schtroumf, de Gargamel et d'Azraël par trois aiguilles à tête large de couleurs différentes, matérialisant les personnages. Le mur est représenté par une bande en carton posée verticalement.
- Le matériel de géométrie



Déroulement :

-Présentation du contexte et communication du problème : *Le Grand Schtroumf s'étant placé, Gargamel et Azraël vont-ils être repérés ?*

-Recherche par deux avec le matériel de géométrie.

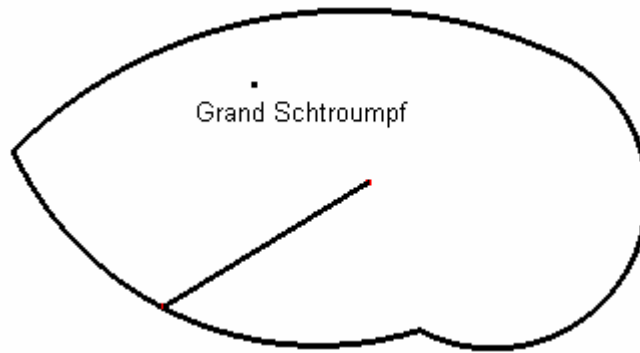
-Mise en commun : les élèves affichent leur réponse au tableau et présentent leurs résultats. Ils montrent avec la maquette ce qu'ils ont effectué pour répondre au problème. La conclusion devrait pouvoir être établie de façon non équivoque du fait qu'il ne devrait pas avoir d'ambiguïté due à l'alignement des points.

Etape 2

Objectif : Amener le tracé de la droite passant par deux points comme limite de la partie du plan constituée des points non-alignés avec les points donné.

Matériel :

- une feuille de papier format A3 figurant le domaine (voir ci-dessous).
- Le matériel de géométrie.



Déroulement :

- Distribution du matériel. Le maître fait observer ce qui par rapport à la première étape change (position du laser, absence du mur) et ne change pas (matérialisation des positions, trace du mur).

-Communication du problème : *Le Grand Schtroumpf s'étant placé, où Gargamel et Azraël peuvent-ils se placer pour ne pas être repérés ?*

-Recherche par deux avec le matériel de géométrie.

-Mise en commun : les productions sont affichées et présentés. Les élèves doivent se mettre d'accord sur la validité des productions. S'il y avait ambiguïté sur certaines positions, on peut avoir recours au mur matériel et à la visée pour trancher.

On souhaiterait que la réponse apparaisse par le tracé de la droite joignant le Grand Schtroumpf à l'angle du mur et ainsi que la zone apparaisse à l'aide de sa limite. La conclusion devrait pouvoir être établie de façon non équivoque à partir du moment où les élèves ont recours au tracé pour délimiter la zone.

Etape 3 (ajoutée dans un deuxième temps aux deux précédentes)

Objectif : faire identifier au plan « théorique » des points alignés avec un ensemble de points alignés.

Matériel : une feuille et un feutre (aucun matériel de géométrie)

Procédures :

On fait l'hypothèse que tous les élèves feront une représentation du domaine du grand Schtroumpf et fourniront la réponse sous forme de dessin.

L'élève dessinera :

P1 : Quelques points

P2 : Beaucoup de points (avec l'idée qu'il y en a peu)

P3 : L'ensemble des points (matérialisé par la demi-droite)

Déroulement :

-Communication du premier problème : « *le Grand Schtroumpf se désole de voir qu'à chaque fois il y a des endroits où il ne peut pas repérer Gargamel et Azraël. Désespéré, il s'exclame : « - ce n'est pas possible ! Il y aura toujours des endroits où je ne pourrais pas repérer les voleurs !*

- *Si, si sans problème , c'est possible » dit la Schtroumpfette*

A ton avis qui a raison ? Explique pourquoi. »

- Recherche à deux

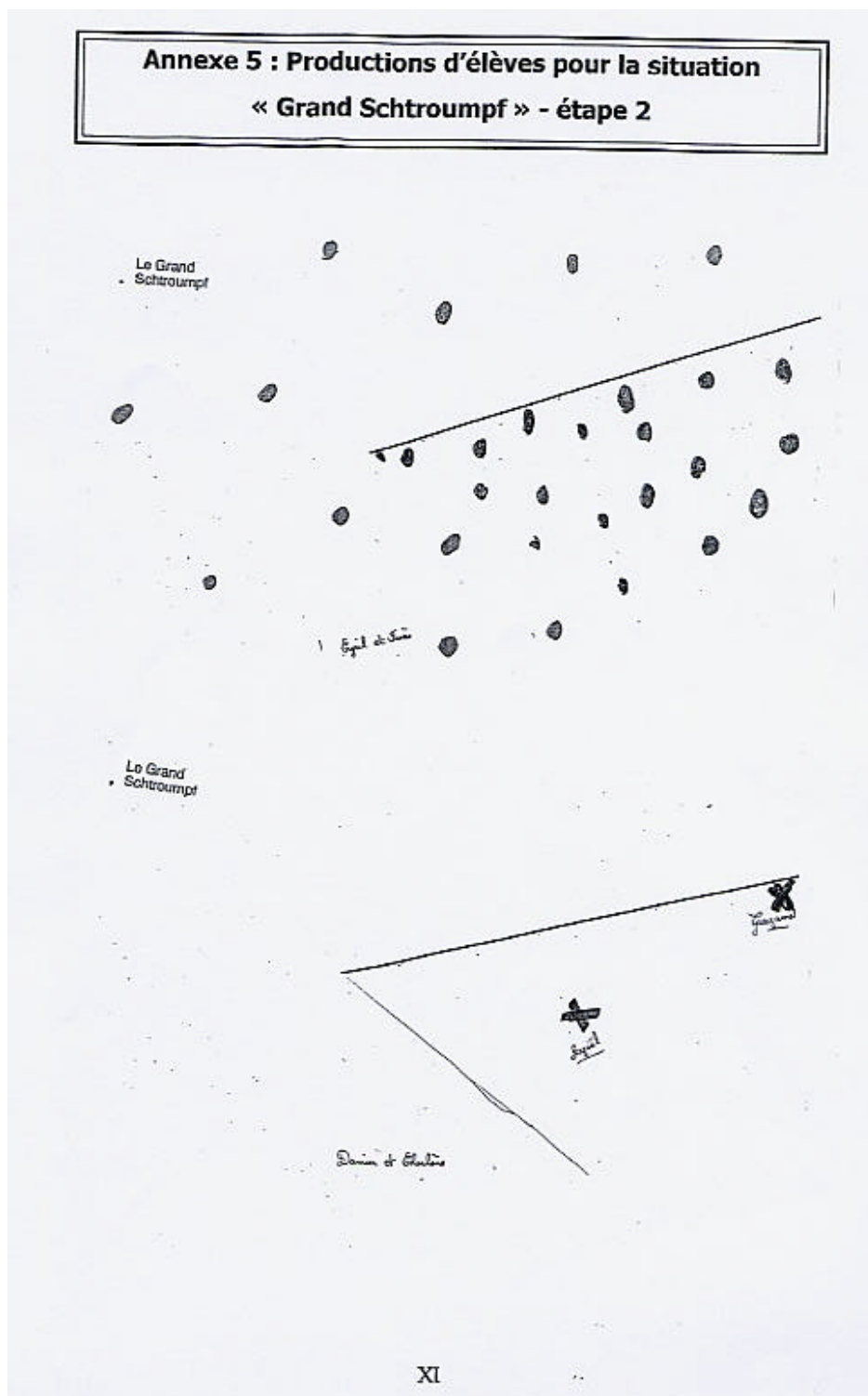
- Phase collective d'exposé des réponses : les groupes exposent ce à quoi il sont arrivés, sans débat. Il n'y a donc pas de conclusion particulière.

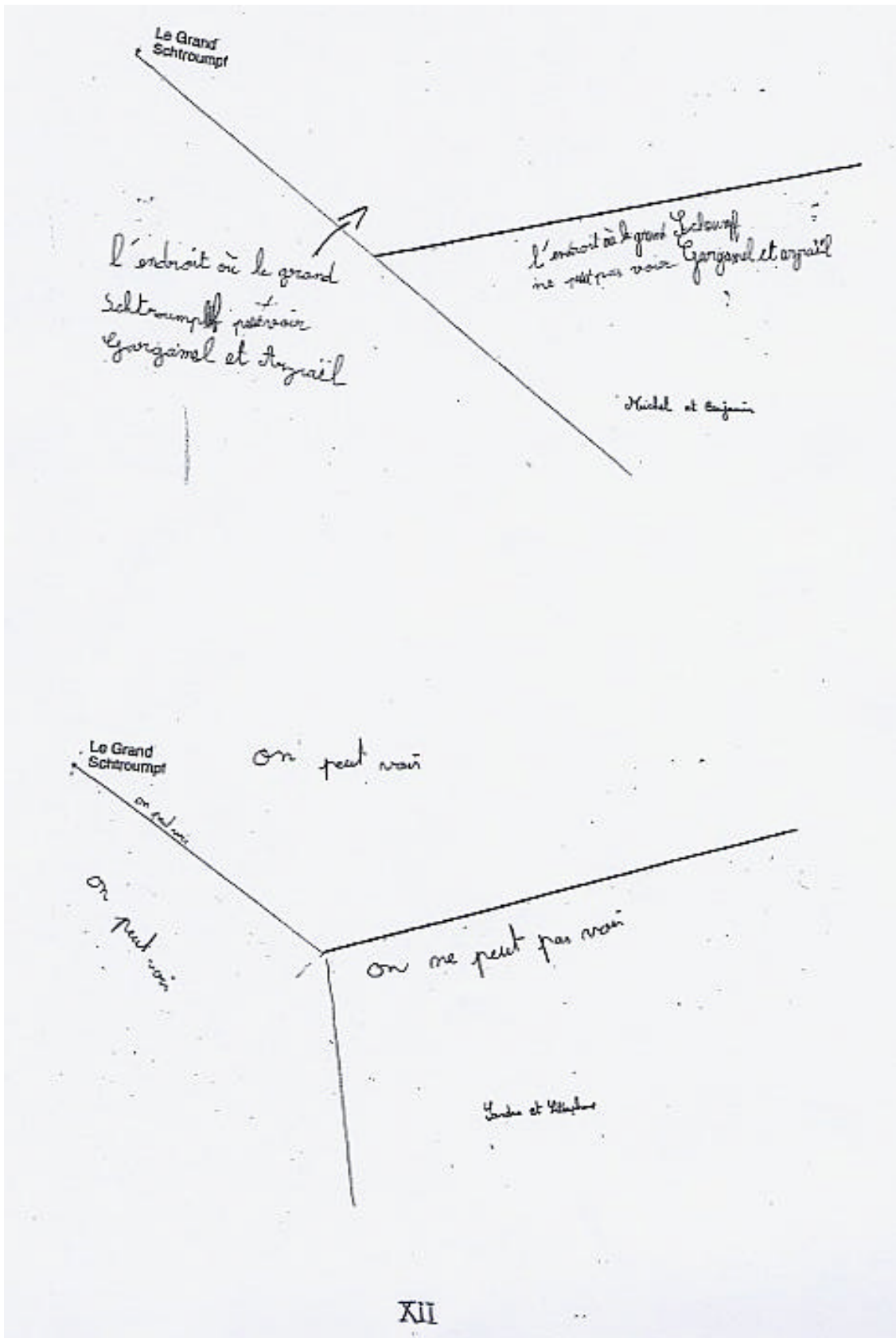
- -Communication du second problème - « *Eh, pas mal ! dit la Schtroumpfette mais à mon avis tu peux te placer ailleurs ! » La Schtroumpfette a-t-elle raison ? Si oui montre tous les endroits possibles, si non, explique pourquoi. »*

- Recherche

- Phase collective de conclusion : les élèves apportent leur production de l'affiche au tableau. Ils présentent leur réponse qui est soumise à l'avis des autres élèves. C'est le recours à la situation de référence qui peut permettre de trancher, de régler des désaccord et de conclure.

**Annexe 5 : Productions d'élèves pour la situation
« Grand Schtroumpf » - étape 2**





Annexe 6 : Situation « Grand Schtroumpf-Cabri »

Descriptif

Les activités qui suivent sont conduites avec le logiciel Cabri-géomètre II. Les problèmes proposés prennent appui sur la situation matérielle contextualisée «Grand Schtroumpf» pour évoquer les objets et les relations existant entre les objets.

Objectifs :

Faire poursuivre la modélisation du problème débutée dans la situation papier/crayon
Rendre explicites les outils de résolution du problème à travers l'usage des primitives du logiciel.

Problèmes

Le problème 1 est le même que dans la situation papier/crayon :

Problème 1 : *Le Grand Schtroumpf s'étant placé, Gargamel et Azraël vont-ils être repérés ?*

Problème 2 : *«Décibel, un autre adversaire du Grand Schtroumpf s'est introduit furtivement dans son domaine pour découvrir le trésor. Découvre où Décibel s'est caché. Sera-t-il détecté pour le laser ? »*

Dispositif

Un écran d'ordinateur avec le logiciel Cabri-géomètre II où figure une schématisation de la situation.

Les élèves travaillent par deux.

Variables didactiques

- l'éloignement des points en jeu
- la mobilité de l'émetteur laser ;
- la visibilité simultanée des trois points considérés ;
- l'écart du troisième point par rapport à l'alignement des deux autres ;
- Les primitives du logiciel disponibles.

Etape 1

Objectif : S'approprier le problème dans une modélisation de la situation matérielle.

Renforcer la procédure de tracé de droite pour contrôler l'alignement ou produire des points alignés avec d'autres.

Rendre explicite l'outil de résolution du problème (concept de droite ou segment)

Déroulement :

- Installation : les élèves chargent le logiciel, le menu et ouvre la figure Gd schtr 1.

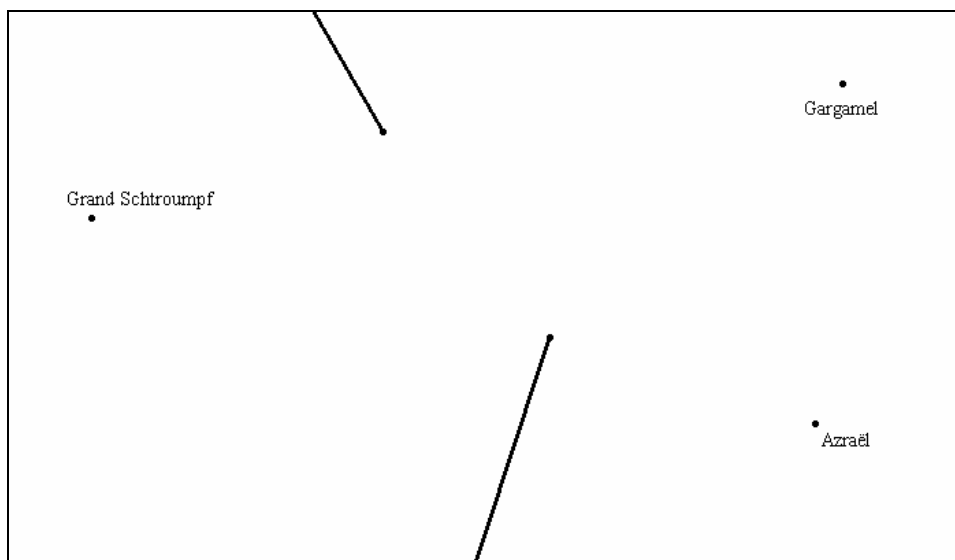


Figure 1 : écran *gd schtr 1*

Le maître demande aux élèves d'observer ce qu'ils ont à l'écran. On s'attend qu'ils fassent l'analogie avec la situation en papier/crayon en identifiant les éléments connus : la trace du mur et les personnages.

Le maître fait tester les objets pour savoir si certains sont déplaçables (aucun ne l'est).

- Communication du problème : *Gargamel et Azraël peuvent-ils être détectés par le rayon laser du Grand Schtroumpf ?*

- Recherche

- Phase collective : chaque binôme présente à tour de rôle sur l'ordinateur de contrôle ce qu'il a fait ainsi que sa conclusion. Ces deux aspects sont débattus dans la classe et éventuellement validés.

Etape 2

Objectif : Comprendre que le problème d'alignement peut se poser pour un point éloigné des deux premiers.

Déroulement :

- Installation : les élèves chargent le logiciel, le menu et ouvre la figure Gd schtr 2.

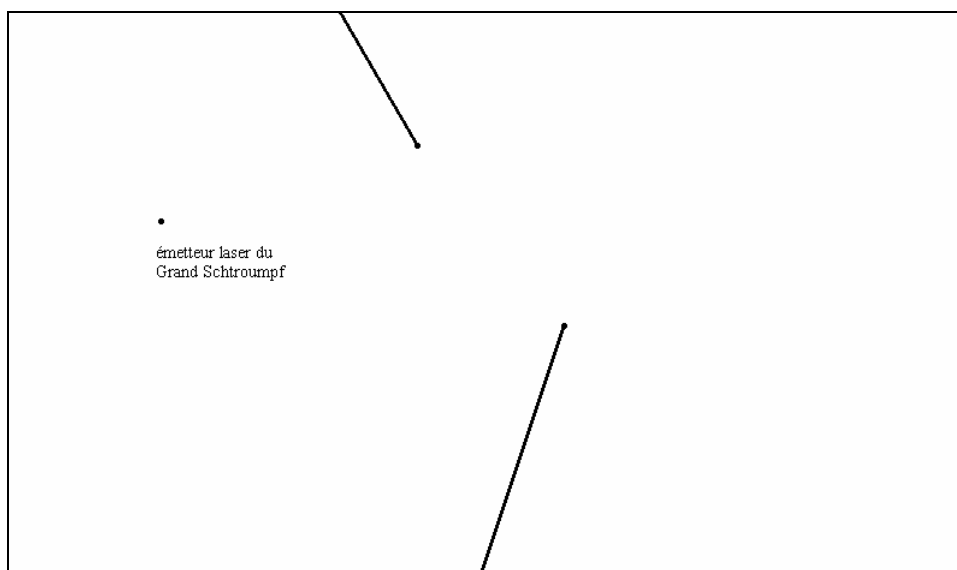


Figure 2 : gd schtr 2

Le nouvel adversaire du Grand Schtroumpf, Décibel, n'est pas visible à l'écran. Les élèves doivent utiliser les ascenseurs pour le découvrir ou utiliser la fonction "Montrer la page" qui permet de visualiser toute la page et de choisir quelle partie de la page peut s'afficher à l'écran.

- Communication du problème : « *Décibel, un autre adversaire du Grand Schtroumpf s'est introduit furtivement dans son domaine pour découvrir le trésor. Découvre où Décibel s'est caché. Sera-t-il détecté pour le laser ?* »

Les élèves peuvent avoir des difficultés à trouver Décibel. Le maître doit les encourager à chercher, «à bien regarder partout ». Si nécessaire, il peut montrer qu'il est possible d'explorer au delà de la page qui est visible à l'ouverture.

- Recherche

- Phase collective : chaque binôme présente à tour de rôle sur l'ordinateur de contrôle ce qu'il a fait ainsi que sa conclusion. Ces deux aspects sont débattus dans la classe et éventuellement validés.

**Annexe 7 : Productions d'élèves pour la situation
« Grand Schtroumpf-Cabri » - Etape 1**

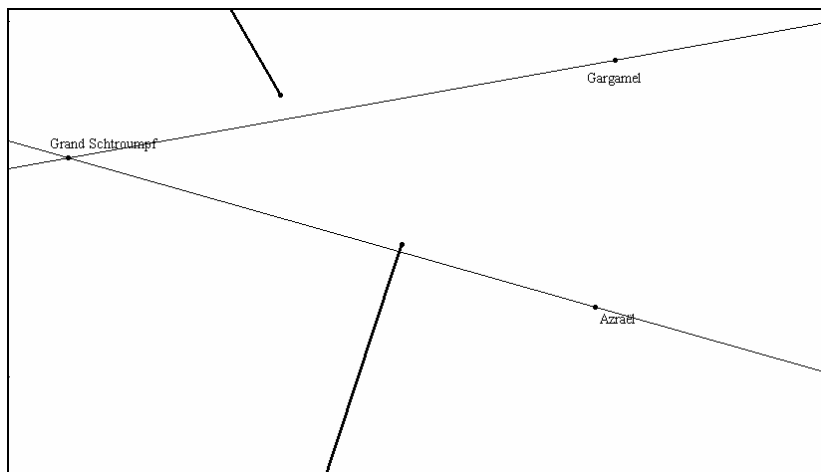


Figure 3 : production de Damien et Charlène (utilisation de l'outil "Droite")

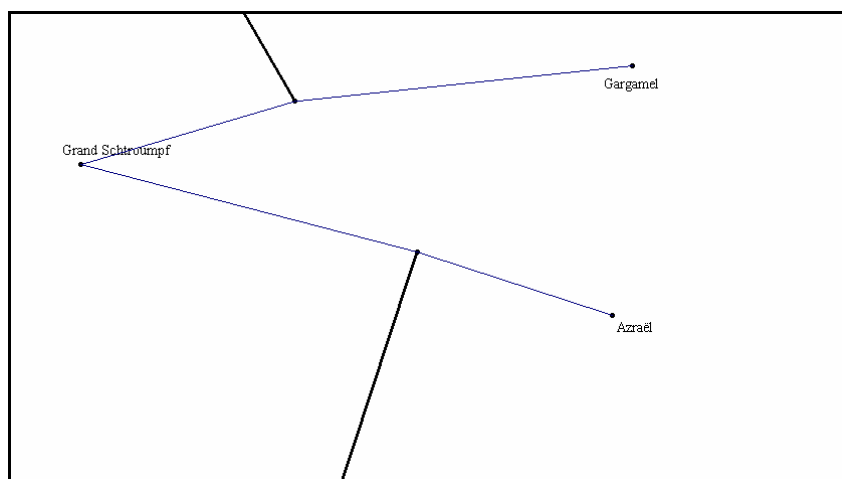


Figure 4 : production de Elodie et Jennifer (utilisation de "Segment")

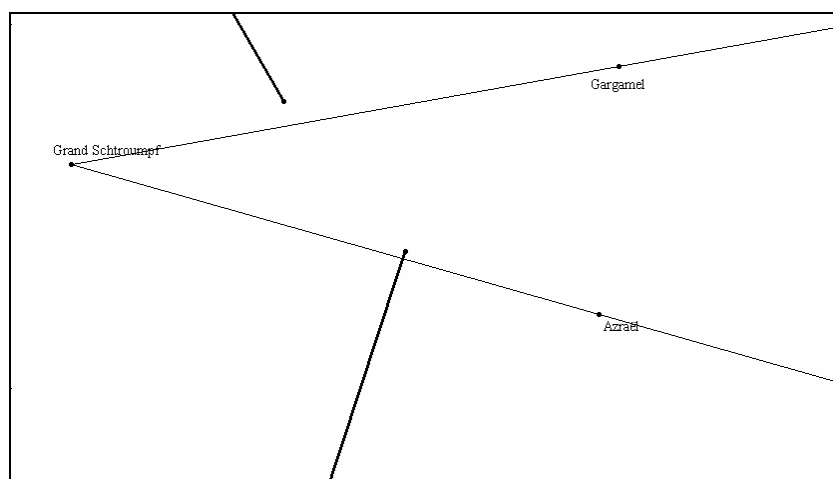


Figure 5 : production de Charlotte et Yanis (utilisation de "Demi-droite")